НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

НАСТОЛЬНАЯ КНИГА УЧИТЕЛЯ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ПРОФ. М. А. МЕЛЬНИКОВА

V. ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ АРИФМЕТИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

МОСКВА 1950

НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

НАСТОЛЬНАЯ КНИГА УЧИТЕЛЯ

УЧПЕДГИЗ • 1950

Академия
Педагогических Наук РСФСР

НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

НАСТОЛЬНАЯ КНИГА
УЧИТЕЛЯ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ПРОФ. М.А. МЕЛЬНИКОВА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА · 1950

Source: Elementary School Teacher's Handbook, Edited by Prof. MA MELNIKOV, Academy of Pedagogical Sciences of the RSFSR, State Educational and Pedagogical Publishing House of the Ministry of Education of the RSFSR, Moscow 1950.

Origin of language: Russian.

Translated into English using Google and Yandex Translate and edited, transcribed and prepared as an E-Book.

February—March 2025.

The Socialist Truth in Cyprus (London Bureaux)

http://www.st-cyprus.co.uk

Direct Democracy (Communist Party)

www.directdemocracy4u.uk

Источник: Пособие для учителя начальной школы под редакцией проф. М.А. МЕЛЬНИКОВ, Академия педагогических наук РСФСР, Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, Москва, 1950.

Происхождение языка: русский.
Переведено на английский язык с помощью Google и Yandex Translate, отредактировано, расшифровано и подготовлено в виде электронной книги.
Февраль— март 2025 г.
"Социалистическая правда на Кипре" (Лондонское бюро)
http://www.st-cyprus.co.uk

Прямая демократия (Коммунистическая партия)
www.directdemocracy4u.uk

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ АРИФМЕТИКИ 8

ОБУЧЕНИЕ СЧЁТУ И РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ В МЛАДШИХ КЛАССАХ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ 8

Первый десяток 13

Второй десяток 20

Первая сотня 30

Нумерация и действия в пределе 1000 46

ПРИМЕРНЫЕ ПЛАНЫ УРОКОВ 55

I КЛАСС 55

Тема. Число и цифра 5. 55

Тема. Вычитание однозначных чисел в пределе 20 без перехода через десяток. 56

II КЛАСС 58

Тема. Решение задач способом приведения к единице. 58

Тема. Понятне „во столько-то раз больше“. 61

УСТНЫЙ СЧЁТ В III И IV КЛАССАХ 67

НУМЕРАЦИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ 77

Устная и письменная нумерация шестизначных чисел (в пределе миллиона) 78

Устная и письменная нумерация в пределе миллиарда 87

Устная и письменная нумерация чисел класса миллиардов 93

ПИСЬМЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В III И IV КЛАССАХ 95

Сложение многозначных чисел 98

Вычитание многозначных чисел 101

Умножение многозначных чисел 104

Деление многозначных чисел 112

ПРИМЕРНЫЕ УРОКИ 125

III КЛАСС 125

Тема. Деление четырёхзначного числа на трёхзначное 125

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ 133

Методы и приёмы обучения анализу арифметической задачи 137

Типовые задачи 153

III класс. 173

IV класс. 173

ПРИМЕРНЫЕ УРОКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПИСЬМЕННЫМ ОБЪЯСНЕНИЕМ 178
IV КЛАСС *179*
ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ В НАЧАЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ 186
ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО АРИФМЕТИКЕ 208
Оценка знаний учащихся *213*
ПРИМЕРНЫЙ ГОДОВОЙ ПЛАН РАБОТЫ ПО АРИФМЕТИКЕ 220
I КЛАСС *222*
II КЛАСС *226*
III КЛАСС *231*
IV КЛАСС *238*
НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ ПО АРИФМЕТИКЕ 246
I КЛАСС *249*
II КЛАСС *256*
III КЛАСС *259*
IV КЛАСС *261*

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ АРИФМЕТИКИ

ОБУЧЕНИЕ СЧЁТУ И РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ В МЛАДШИХ КЛАССАХ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Обучение счёту и решению задач в I и II классах имеет целью вооружить детей определённым кругом знаний, навыков и умений, развить их логическое мышление, привить им навыки самостоятельной работы, приучить их к чистоте и аккуратности, развить их активность и творческие способности, способствовать коммунистическому воспитанию детей.

Обучение арифметике в младших классах должно вестись с особенной тщательностью и **методической последовательностью**, так как каждая следующая ступень в обучении счёту и решению задач опирается на предыдущие: действия в пределе 20 сводятся к действиям в пределе 10, действия в пределе 100—к действиям в пределе 20, обучение нумерации предшествует обучению вычислениям и т. д.

Исключительно большое внимание уделяется формированию в сознании детей ясных, чётких математических понятий. Образование точных

понятий может быть достигнуто лишь на базе ясных наглядных представленной. Для лучшего усвоения детьми арифметических понятий следует поэтому широко применять наглядность, выбирая и применяя наглядные пособия так, чтобы с их помощью, постепенно переходя от полной наглядности к частичной, как можно скорее подвести детей к пониманию сущности того или иного арифметического действия.

Счётный материал, применяемый в качестве наглядных пособий, должен быть разнообразным, так как при этом условии более успешно протекает процесс обобщений.

Очень важное значение в обучении арифметике имеет развитие у детей навыков самостоятельной работы. В младших классах развитие этих навыков протекает в строгой методической последовательности с постепенным усложнением содержания и форм работы. Сначала заданное упражнение выполняется на классной доске под руководством учителя. Затем заданное упражнение разбирается в классе, после чего дети выполняют его в своих тетрадях под наблюдением учителя. И только после этого дети выполняют аналогичные упражнения совершенно самостоятельно.

Развитию математического мышления детей на данной ступени обучения способствует решение примеров различными приёмами.

Каждое арифметическое действие может выполняться с помощью нескольких приёмов. Возьмём пример на вычитание в пределе 20 с переходом через десяток: 16—9. Этот пример может быть решён с помощью ряда приёмов:

1) 16 — 9= 16 — (6 + 3) = 16 — 6 — 3 = 1 — 3 = 7
2) 16 — 9 = (10 + 6) —9 = 10 — 9 + 6 = 1 + 6 = 7
3) 16 — 9 = (16 — 10) +1 = 6 + 1 = 7 и др.

Применение нескольких приёмов при решении одного примера даёт детям возможность лучше осознать зависимость между данными и результатами действия. Но в то же время оно может привести и к тому, что дети не усвоят прочно ни одного приёма. Поэтому при изучении каждого случая того или иного действия следует выбрать основной приём, наиболее лёгкий для детей и пригодный для ряда случаев изучаемого действия. Этот приём дети должны усвоить основательно, и только после этого целесообразно применять другие приёмы, всячески поощряя при этом тех детей, которые предлагают свои приёмы выполнения данного действия, что имеет важное значение для развития их инициативы, сообразительности, смекалки.

Для успешности обучения вычислительным приёмам важное значение имеет рациональный подбор примеров. Последние должны подбираться так, чтобы вычисления, требуемые при их решении, не затрудняли детей, чтобы учащиеся могли полностью сосредоточить своё внимание на изучаемом вычислительном приёме.

Лучшему усвоению нового приёма могут способствовать так называемые сходные примеры, которые решаются с помощью одного приёма и у которых к тому же имеется много общего в данных числах.

Возьмём случай вычитания однозначного числа из двузначного в пределе 100 с переходом через десяток. Если начать изучение этого действия с

несходных примеров (положим: 32 — 5, 53 — 8, 61 —и т. д.), то детям нелегко будет усвоить новый приём. Гораздо легче он будет усвоен, если начать со сходных примеров, предпосылая каждой группе таких примеров аналогичный пример на вычитание в пределе 20. Например:

11 — 2	12 — 4	14 — 6	
41 — 2	52 — 4	34 — 6	
81 — 2	92 — 4	74 — 6	и т. д.

После решения сходных примеров можно перейти к решению несходных:

23 — 6; 45 — 8; 32 — 6; 81 — 5 и т. п.

Лишь после усвоения нового приёма можно перейти к решению смешанных простых примеров, требующих применения и только что изученного приёма, и ранее изученных, например:

28 + 40; 32 — 9; 23 + 25; 64 —8 — 4,

и, наконец, к решению составных примеров, включающих новое действие в сочетании с ранее изученными, например:

41 — 4 + 12; 63 — 7 — 24 и т. п.

Если при решении примера или задачи дети имеют возможность видеть данные числа, им легче выполнить задание, чем в том случае, когда они воспринимают числовые данные только на слух и

вынуждены вследствие этого удерживать числа в памяти.

Учитывая трудности, какие представляет для детей слуховое восприятие числовых данных, следует в начале изучения нового вычислительного приёма записывать их на доске или использовать примеры из задачника. Выполнение же действия над числами, воспринимаемыми на слух, можно вводить лишь после того, как дети усвоят изучаемый приём. Выполнение всякого вычисления состоит в замене действия над данными числами действием над другими числами, образованными из данных. Дети скорее поймут и усвоят, на какие части разбиваются данные числа и в каком порядке выполняются действия над полученными частями, если устное объяснение нового приёма сопровождать записью вспомогательных вычислений. Так, при объяснении случая вычитания в пределе 100 с переходом через десяток (например: 62 — 34) целесообразно устное объяснение его дополнить следующей записью:

62 — 34 = 28[1]
62 — 30 = 32
32 — 4 = 28.

Для лучшего понимания особенности каждого действия и связей между ними и для развития мышления детей полезно практиковать решение примеров и задач, помогающих выяснению зависимости между данными и результатами действий, например: 3 X 6; 6 X 3; 18 X 3; 18 : 6. Этой

[1] Результат действия записывается после выполнения вспомогательных вычислений.

цели может служить также параллельное изучение прямых и обратных действий, при котором каждый случай обратного действия (например, вычитания) изучается вслед за соответствующим случаем прямого действия (например, сложения).

Для того чтобы обучение начальной арифметике способствовало развитию творческих способностей детей, следует, наряду с решением готовых примеров и задач, упражнять детей в составлении своих задач и примеров с тем, однако, чтобы это не вело к нарушению систематичности преподавания.

Учитывая возрастные особенности детей семилетнего возраста, при изучении нового материала, в особенности при закреплении ранее пройденного, следует уделять большое внимание занимательным упражнениям и играм.

Первый десяток

В основу системы преподавания начальной арифметики должно быть положено изучение действий, а не чисел. Это относится ко всем разделам арифметики, в том числе и к первому десятку.

Но успешное изучение действий в пределе 10 возможно лишь в том случае, если дети имеют чёткое представление о каждом числе, умеют его обозначать с помощью цифр. Поэтому изучению действий в пределе 10 должно предшествовать изучение чисел в данном пределе.

В методической литературе существуют различные точки зрения по вопросу о развитии числовых представлений ребёнка, определяющие, в

свою очередь, различия в методике изучения чисел первого десятка. Одни авторы считают, что в основе образования числовых представлений ребёнка лежит одновременное восприятие им числа рассматриваемых предметов. Исходя из этого, они рекомендуют каждое из чисел первого (и даже второго) десятка преподносить детям в форме зрительного образа числовой фигуры, представляющей собой определённым образом расположенную совокупность кружков.

Другие авторы находят, что числовые представления ребёнка развиваются на основе последовательного перечитывания предметов. По мнению этих авторов, при изучении чисел первого десятка основное внимание следует уделять счёту предметов.

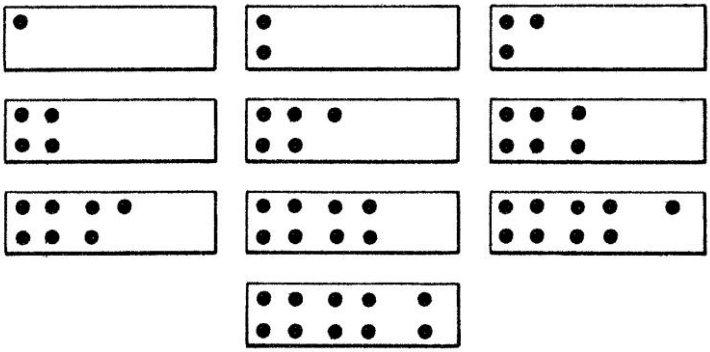
Третьи авторы предлагают рассматривать число как результат измерения (как отношение).

Порочность первой точки зрения очевидна. Как показали исследования, представления детей даже о числах первого пятка, не говоря уже о больших числах, становятся вполне отчётливыми лишь в результате счёта, Значение счёта для развития числовых представлений детей подтверждается многочисленными наблюдениями и опытом советской школы.

При изучении чисел первого десятка следует поэтому основное внимание уделять **счёту предметов**, образованию **отчётливого понятия о данном числе, как о совокупности соответствующего понятия о данном числе,** как о совокупности соответствующего количества единиц, **выяснению места числа в числовом ряде, выяснению состава каждого числа.**

Несомненную пользу может принести также восприятие числа как результата измерения. Это обогащает числовые представления ученика, делает их более полными, более общими.

Но в то же время полезно и применение числовых фигур. При многократном восприятии определённым образом расположенных кружков их форма запечатлевается в памяти, что содействует запоминанию детьми состава чисел и, тем самым, облегчает усвоение таблиц сложения и вычитания. Так, многократно воспринимая числовую фигуру 8, ученик постепенно запоминает, что число 8 состоит из 4 и 4, из 6 и 2 и т. д.



Изучение состава каждого числа проводится на конкретном счётном материале (кружках, кубиках, палочках) и на рисунках.

В результате этого изучения дети должны усвоить состав каждого числа из двух слагаемых. Так, в результате изучения числа 7 учащиеся должны усвоить, что 7 — это 6 и 1, 5 и 2, 4 и 3 и т. д. Особое внимание следует при этом уделять усвоению состава

числа 10, без чего невозможно успешное изучение сложения с переходом через десяток в пределе 20.

Трудность сложения зависит главным образом от величины второго слагаемого, трудность вычитания —от величины вычитаемого. Поэтому следует сначала рассмотреть случай сложения, когда второе слагаемое равно 1, затем случай, когда оно равно 2 и т. д. Точно так же следует сначала рассмотреть случай вычитания, когда вычитаемое равно 1, затем, когда оно равно 2 и т. д.

Наблюдения показывают, что при параллельном изучении сложения и вычитания, когда каждый случай вычитания рассматривается вслед за аналогичным случаем сложения, дети усваивают сравнительно трудное для них действие вычитания гораздо легче, чем при раздельном прохождении этих действий, когда к изучению вычитания приступают после рассмотрения всех случаев сложения. Сложение и вычитание в пределе 10 целесообразно поэтому проходить параллельно (случай вычитания 1 вслед за случаем прибавления 1, случай вычитания 2 вслед за случаем прибавления 2 ит. д.).

Основной приём **сложения** в пределе 10 состоит в последовательном присчитывании к первому слагаемому стольких единиц, сколько их во втором слагаемом. Так, при прибавлении 1 нужно к первому слагаемому присчитать 1 единицу, при прибавлении 2 нужно последовательно присчитать к нему 2 единицы, при прибавлении 3 нужно последовательно присчитать 3 единицы (по одной единице или 1 и 9 единицы), при прибавлении 4 нужно последовательно присчитать 4 единицы (по одной единице или 2 и 2 единицы) и т. д.

При обучении сложению в пределе 10 полезно, наряду с другими наглядными пособиями (классными счётами, кубиками, палочками, кружками и т. п.), применять таблицу чисел первого десятка, расположенных горизонтально и вертикально, приучая детей к тому, что прибавление единицы есть переход к следующему числу в числовом ряде, прибавление двух есть переход к числу, стоящему за следующим числом, и т. д.

При сложении легко находить сумму лишь в тех случаях, когда второе слагаемое содержит небольшое число единиц, так как при прибавлении большого числа их легко ошибиться, сколько единиц уже прибавлено и сколько осталось ещё прибавить. Поэтому в тех случаях, когда второе слагаемое больше первого, например: 2 + 5, 3 + 7, целесообразно, на основе переместительного свойства, переставить слагаемые и к большему числу прибавить меньшее (к 5 прибавить 2, к 7 прибавить. 3) В отдельных случаях при решении более трудного примера (4 + 5) полезно обратиться к ближайшему более лёгкому примеру (4 + 4), решив который, можно путём соответствующего изменения полученной суммы (путём прибавления 1 к 8) найти искомый результат сложения (9).

Основной приём вычитания в пределе 10 состоит в последовательном отсчитывании от уменьшаемого стольких единиц, сколько их в вычитаемом. При вычитании единицы следует от уменьшаемого отсчитать 1 единицу (или взять предыдущее число в числовом ряде), при вычитании 2 нужно последовательно отсчитать 2 единицы, и т. д. Таким образом, при вычитании можно с успехом использовать указанную выше таблицу чисел первого

десятка. Однако даже при отсчитывании сравнительно небольшого числа единиц легко ошибиться, сколько единиц уже отсчитано и сколько осталось ещё отсчитать. Поэтому при решении многих примеров на вычитание целесообразно рассматривать их как обратные соответствующим примерам на сложение и находить остаток путём подбора такого числа, которое, будучи прибавлено к вычитаемому, давало бы в сумме уменьшаемое (7 — 4) = 3, потому что 3 + 4 = 7; 9 — 7 = 2, потому что 7 + 8 = 9 и т. д.).

Очевидно, что этот приём вычитания дети могут успешно применять только тогда, когда они хорошо усвоили соответствующий случай сложения. К изучению каждого случая вычитания можно поэтому переходить лишь после основательного усвоения соответствующего случая сложения.

При рассмотрении нового случая сложения или вычитания целесообразно приём данного действия объяснить прежде на наглядных пособиях (палочках, кубиках, счётах и т. д.), затем на задачах или примерах с именованными числами и лишь после этого переходить к решению примеров с отвлечёнными числами.

Наглядные пособия должны применяться так, чтобы в максимальной мере содействовать усвоению изучаемого приёма. Так, при объяснении случая прибавления 2 следует строго следить за тем, чтобы при решении примеров с помощью счётного материала (палочек, кубиков и т. п.) дети прибавляли к первому слагаемому единицы второго, а не соединяли обе группы складываемых предметов и затем сосчитывали общее число их, ведя счёт от 1, так как в последнем случае применение наглядных

пособий не содействует усвоению приёма данного действия.

При объяснении действий, а тем более при их закреплении, **решение задач** должно занимать видное место, так как задачи помогают детям лучше понять смысл каждого действия, облегчают усвоение вычислительных приёмов, учат применять действия.

В пределе 10 решаются наиболее лёгкие виды простых задач на сложение и вычитание и ведётся подготовка детей к решению задач в два действия.

Из простых задач здесь решаются задачи на сложение, в которых требуется найти число, равное двум данным числам, вместе взятым, и задачи на вычитание, в которых требуется найти остаток.

Каждый из этих видов задач рассматривается сначала в отдельности, а затем задачи на сложение и вычитание предлагаются в смешанном порядке.

Для того чтобы помочь учащимся лучше понять, какие задачи решаются посредством сложения и какие посредством вычитания, целесообразно на первых порах предлагать детям задачи с общей тематикой, решаемые одна сложением, а другая вычитанием или наоборот, например:

«Перед школой росло 7 лип. Одну липу сломало бурей. Сколько лип осталось?»

«В саду росло 7 яблонь. Весной посадили ещё одну. Сколько яблонь стало в саду?»

Достижению этой цели может также способствовать упражнение детей в составлении задач на сложение и вычитание с одинаковыми числовыми данными, например: составить задачу, в которой нужно к 7 яблокам прибавить 2 яблока (или к 7 прибавить 2); составить задачу, в которой нужно от 7 яблок отнять 2 яблока (или от 7 отнять 2).

Сначала задачи предлагаются в готовом виде, затем дети постепенно начинают привлекаться к составлению задач, при этом в одних случаях от учащихся требуется полное составление задачи, а в других—частичное (подобрать недостающий вопрос или недостающее числовое данное).

Среди простых задач следует особое внимание уделить задачам на вычитание, когда в остатке получается нуль, например: «На полке стояло 3 книги. С полки сняли 3 книги. Сколько книг осталось на полке?»

Для подготовки учащихся к решению задач в два действия полезно постепенно вводить так называемые «цепочки простых задач», из которых каждая следующая задача является продолжением предыдущей, например:

«В бочке было 5 вёдер воды. В неё налили ещё 3 ведра. Сколько вёдер воды стало в бочке?»

«Для поливки цветов из бочки взяли 4 ведра воды. Сколько вёдер воды осталось в бочке?»

Решение некоторых задач в пределе 10 выполняется устно. Решение других задач учащиеся записывают в своих тетрадях. Запись решения помогает ученику лучше понять, как была решена данная задача,

Второй десяток

При прохождении нумерации чисел второго десятка так же, как и при изучении чисел в пределе 10, следует начинать со счёта реальных предметов (карандашей, кубиков, палочек и т. п.) и лишь затем переходить к отвлечённому счёту.

Особое внимание должно быть уделено выяснению смысла названий чисел второго десятка (одиннадцать = один-на-десять, двенадцать = две-на-десять и т. п.). В этих целях на первых порах единицы счётного материала следует класть не рядом с десятком, а на десяток. В дальнейшем при иллюстрировании чисел второго десятка единицы помещаются рядом с десятком, но и здесь следует класть их не как попало, а так, чтобы они располагались вправо от десятка, в соответствии с поместным значением единиц первых двух разрядов.

При изучении устной нумерации в пределе 20 проводятся упражнения в прямом и обратном счёте, в определении места того или иного числа в натуральном ряде (Между какими числами стоит число 17? Какое число следует за числом 13? Какие числа больше 15, но меньше 19? Что больше: 14 или 13? Насколько 14 больше 13)? и т. д.), упражнения в групповом счёте (счёте двойками, пятёрками), выяснение десятичного состава рассматриваемых чисел (из скольких десятков и единиц состоит данное число).

При обучении письменной нумерации полезно применение нумерационной таблицы. Отложив 11 палочек и выяснив десятичный состав числа 11, его записывают прежде в нумерационной таблице, а затем вне таблицы. Так же объясняется письменная нумерация других чисел второго десятка.

Для более отчётливого представления натурального ряда чисел от 1 до 20 полезно, чтобы дети рассматривали эти числа на масштабных линейках, а ещё лучше, если каждый ученик изготовит для себя такую линейку длиною в 20 см. Применяя линейки в качестве наглядного пособия

при изучении нумерации, дети, по заданию учителя, держат их не только в горизонтальном, но и вертикальном направлении и читают написанные на них числа не только прямо, но и в обратном порядке.

При изучении письменной нумерации в пределе 20 полезно, чтобы дети, помимо записи чисел в сплошной ряд, записали их в два ряда следующим образом:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20.

Упражнения в записи и чтении чисел, так расположенных, помогут детям лучше понять соотношение между числами первого и второго десятков.

Сложение и вычитание в пределе 20 целесообразно проходить параллельно, рассматривая отдельные случаи вычитания вслед за соответствующими случаями сложения, при этом следует выделять в особые ступени лишь те случаи, которые различаются приёмами вычислений. Руководствуясь этими положениями, можно сложение и вычитание в пределе 20 разбить на следующие ступени:

1. Сложение и вычитание без перехода через десяток:

а) сложение однозначного числа с 10, например: 10 + 6; 6 + 10;

6) вычитание из полного[1] двузначного числа его десятка или единиц, например: 14 — 10; 14 — 4;

в) прибавление однозначного числа к полному двузначному и наоборот, например: 12 + 3; 12 + 8; 3 + 12; 8 + 12;

г) вычитание однозначного числа из полного двузначного, например: 15 — 3;

д) вычитание однозначного числа из 20, например: 20 — 4;

е) вычитание полного двузначного числа из двузначного, например: 19 — 13; 20 — 14;

2. Сложение и вычитание с переходом через десяток:

а) сложение с переходом через десяток, например: 9 + 2; 8 + 4;

6) вычитание с переходом через десяток, например: 11 — 3; 13 — 5.

Приём сложения однозначного числа с 10 основан на знании нумерации и состоит в соединении данных десятичных групп в одно число, например: 10 + 8 = 18.

Приём вычитания из полного двузначного числа его десятка или единиц состоит в разложении уменьшаемого на 2 десятичные группы, от которых затем отнимается одна из групп, например:

18 — 8= (10 + 8) — 8 = 10;
18 — 10= (10 + 8) —10 = 8.

[1] Полным двузначным числом будем условии называть число, изображённое двумя значащими цифрами, например: 16, 19, 24.

При сложении без перехода через десяток сначала складывают единицы, затем их сумму прибавляют к 10, например: 12 + 3; 10 + 2 + 3; 2 + 3 + = 5; 10 + 5 = 15. Итак, 12 + 3 = 15. Сложение однозначного числа с двузначным сводится, на основе переместительного свойства, к сложению двузначного числа с однозначным.

При вычитании однозначного числа из полного двузначного без перехода через десяток из единиц уменьшаемого вычитают единицы вычитаемого и полученный остаток прибавляют к 10, например: 18 — 6; 8 — 6 = 2; 10 + = 12. Итак, 18 — 6 == 12.

При вычитании однозначного числа из 20 у уменьшаемого берут один десяток, отнимают от него единицы вычитаемого и полученный остаток прибавляют к 10, например: 20 — 4; 10 — 4 = 6; 10 + 6 = 16. Итак, 20 — 4 = 16.

При вычитании полного двузначного числа из двузначного от уменьшаемого отнимают сперва десяток, затем единицы вычитаемого, например: 18 — 13; 18 — 10 = 8; 8 — 3 = 5. Итак, 18 — 13 = 5.

При сложении с переходом через десяток первое слагаемое дополняют до 10, затем к полученному десятку прибавляют остальные единицы второго слагаемого, например: 9 + 4; 9 +1 + 3; 9 + 1 = 10; 10 + 3 = 13. Итак, 9 + 4 = 13.

При вычитании с переходом через десяток от уменьшаемого отнимают его единицы, затем от полученного десятка отнимают остальные единицы вычитаемого, например: 14 — 5; 14 — 4 — 1; 14 — 4 = 10; 10 —1 = 9. Итак, 14 — 5 = 9.

Одновременно с обучением указанным вычислительным приёмам следует всячески поощрять учащихся к тому, чтобы в лёгких случаях,

например, при прибавлении или вычитании 1 и 2, они отыскивали результаты действия, продвигаясь вправо или влево по числовому ряду. При решении примеров на вычитание, где в остатке получается небольшое число, полезно, чтобы дети находили результаты путём сравнения мест, какие данные числа занимают в числовом ряде, например: 20 — 18 = 2, потому что 20 отстоит от 18 на 2 единицы (иначе говоря, потому что 20 больше 18 на 2).

Помимо указанных основных приёмов, при сложении и вычитании в пределе 20 полезно применять следующие дополнительные приёмы:

1. Перестановка слагаемых. Например, вместо действия 3 + 8, выполняется действие 8 + 3.

2. Сведение трудных случаев сложения к ближайшим более лёгким. Так, при решении примера 7 + 8 складывают 7 + 7 и к полученной сумме прибавляют единицу.

3. Округление слагаемых. Например, при сложении 7 и 9 складывают 7 и 10 и из полученной суммы вычитают единицу.

При повторении сложения и вычитания в пределе 20 полезно наряду с решением примеров на вычитание, когда в остатке получается нуль (положим, 12 — 12), упражнять детей в решении примеров на сложение, когда одно из слагаемых— нуль (положим, 5 + 0; 14 - 0).

Приёмы сложения и вычитания следует объяснить на наглядных пособиях (палочках, кубиках, счётах и т. п.), при этом пособия должны быть использованы таким образом, чтобы их применение содействовало усвоению изучаемого приёма. Так, решая пример 13 + 4, дети при пользовании палочками должны находить искомую сумму не путём сосчитывании всех

складываемых палочек, а так, как это вытекает из приёма данного действия, т. е. 3 + 4 = 7; 10 — 7 = 17.

Параллельно с обучением приёмам сложения и вычитания большое внимание должно быть уделено запоминанию детьми таблиц этих действий. Достаточно, однако, заучить лишь таблицу сложения, так как при основательном усвоении последней дети одновременно усваивают и таблицу вычитания, как действия, обратного сложению.

Умножение в пределе 20 может выполняться с помощью различных приёмов, из которых наиболее часто применяются следующие: а) Последовательное сложение равных слагаемых, например:

$$5 \times 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 70.$$

6) Разложение множителя на слагаемые, умножение множимого на эти слагаемые и сложение полученных неполных произведений, например:

$$3 \times 6 = (3 \times 3) = (3 \times 3) = 9 + 9 = 18.$$

в) Перестановка сомножителей, например:

$$2 \times 9 = 9 \times 2 = 18.$$

Основным приёмом табличного умножения следует считать последовательное сложение равных слагаемых. При пользовании этим приёмом, однако, легко ошибиться в случае, когда число равных слагаемых относительно велико. Поэтому, по мере усвоения первого приёма, следует знакомить детей со вторым приёмом, который даёт возможность свести трудные случаи умножения к более лёгким.

По этим соображениям полезно также применение третьего приёма.

Каждый из указанных приёмов умножения в пределе 20 должен выясняться на наглядных пособиях.

Добиваясь сознательного усвоения приёмов умножения, следует в то же время уделять серьёзное внимание заучиванию таблицы данного действия.

Деление в пределе 20 может выполняться с помощью следующих двух приёмов:

а) Последовательное вычитание. Так, для того чтобы 12 перьев разделить поровну между 4 мальчиками, каждому из них дают сперва по 1 перу, затем ещё по 1 ит. д., пока все перья не будут разделены.

6) Нахождение числа, которое, будучи умножено на делитель, давало бы в произведении делимое. Например: 12 : 4 = 3, потому что 3 х 4 = 12.

При прохождении деления следует начать с первого приёма, затем перейти ко второму, при этом каждый приём выясняется на наглядных пособиях путём деления на равные части данного числа предметов (палочек, карандашей, перьев и т. п.).

Для лучшего усвоения второго приёма деления полезно решение взаимообратных примеров, вроде следующих: 2 х 6; 6 х 2; 12 : 2; 12 : 6.

Из двух видов деления—деления по содержанию и деления на части—в пределе 20 рассматривается только второй вид, как более лёгкий.

Так же, как и при прохождении первого десятка, вместе с обучением действиям учитель систематически упражняет детей в **решении задач.**

В пределе второго десятка вводятся новые виды простых задан и составные задачи в два действия.

Новые виды простых задач частично вводятся в процессе прохождения сложения и вычитания, частично в процессе изучения умножения и деления.

При прохождении сложения и вычитания рассматриваются простые задачи, в которых требуется:

а) увеличить данное число на несколько единиц,

б) уменьшить данное число на несколько единиц.

Ознакомление с задачами, в которых требуется данное число увеличить на несколько единиц, целесообразно начать с практических заданий, вроде следующего: «Дай Мише 5 кубиков, а Коле на 2 кубика больше», при этом надо требовать от детей реального выполнения задания, доводя их до понимания того, что Коле нужно дать столько кубиков, сколько Мише, и ещё 2 кубика. Здесь также полезны задания, связанные с рисованием, например, нарисовать на одной строке 4 помидора (4 кружка ит. п.), а на другой на 3 помидора (кружка) больше.

Таким же способом следует знакомить детей с задачами, в которых требуется уменьшение данного числа на несколько единиц.

На умножение в пределе 20 следует вначале решать задачи, в которых выбор действия явно подсказывается их условиями, например:

«Миша приносил из сарая 3 раза по 2 полена дров. Сколько всего поленьев он принёс?»

Благодаря особенностям изложения условия этой задачи легко понять, что для её решения нужно по 2 взять 3 раза.

Аналогичные требования следует предъявлять к формулировке условий первых задач на деление. В качестве образца может служить такая задача:

«2 мальчика поймали 12 окуней и разделили их между собой поровну. Сколько окуней досталось каждому мальчику?»

Условия последующих задач на умножение и деление, само собой разумеется, должны излагаться так, чтобы выбор действия не был столь явно подсказан текстом задачи, например:

«В саду посадили 3 ряда яблонь, по 6 яблонь в каждом ряду. Сколько всего яблонь посадили в саду?»

Или: «В саду посадили 18 яблонь в 3 ряда, в каждом ряду поровну. Сколько яблонь посадили в каждом ряду?»

Особое внимание должно быть уделено решению задач на нахождение половины данного числа. Понятия об этой доле должны быть тщательно выяснены на наглядных пособиях (кругах, полосках бумаги, палочках, кубиках и т. п.).

Задачи в два действия вводятся в процессе прохождения сложения и вычитания и вначале охватывают лишь те виды простых задач, которые рассматриваются в концентре «Первый десяток». В дальнейшем постепенно в них вводятся виды простых задач; рассматриваемые в концентре «Второй десяток».

Решению первых задач в два действия целесообразно предпосылать решение соответствующих цепочек простых задач. Так, составной задаче: «У Вани было 8 копеек, мать дала ему ещё 10 копеек. На покупку карандаша он истратил 12 копеек. Сколько копеек осталось у Вани?» полезно предпослать следующую цепочку из двух простых задач:

«У Вани было 8 копеек. Мать дала ему ещё 10 копеек. Сколько денег стало у Вани?»

«На покупку карандаша Ваня истратил 12 копеек. Сколько денег у него осталось?»

В дальнейшем составные задачи решаются без помощи подготовительных простых задач.

Первая сотня

При изучении нумерации в пределе 100 необходимо довести до сознания детей целесообразность выделения десятка как счётной единицы. Достижению этой цели могут содействовать упражнения в сосчитывании одного и того же количества палочек (например, 50) сперва единицами, затем десятками. Полезны также упражнения в параллельном отсчитывании некоторого количества простых единиц (например, 8 палочек) И такого же количества десятков (8 десятков палочек).

При обучении **устной** нумерации следует возможно чаще выяснять десятичный состав рассматриваемых чисел.

Для лучшего усвоения **письменной** нумерации полезно применение метра, абака и нумерационной таблицы. На метре, разделённом на сантиметры, дети ведут счёт от 1 до 100, упражняются в нахождении тех или иных чисел (того или иного числа сантиметров).

При изучении письменной нумерации дети, отложив определённое, указанное учителем количество кубиков или палочек (например, 43),

затем изображают это число на абаке, записывают его в нумерационной таблице и вне её.

Сотни	Десятки	Единицы
	● ● ● ●	● ● ●

43

При прохождении письменной нумерации сначала берутся числа, состоящие из десятков и единиц, затем числа, состоящие только из десятков. Чтобы уточнить представления детей о натуральном ряде чисел в пределе 100, целесообразно практиковать запись учащимися в своих тетрадях чисел первой сотни следующим способом:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 и т. д.

Расположенные таким образом числа первой сотни желательно оформить в виде классной настенной таблицы, на которой дети по заданию учителя упражняются в быстром отыскивании тех или иных чисел, например, чисел: 7, 17, 27, 37... 97; 94, 84, 74... и др. Эта таблица может быть использована в дальнейшем при изучении действий над числами первой сотни.

Приведём образцы соответствующих упражнений: «К каждому из чисел третьего вертикального ряда (третьего столбика) прибавить 4, от каждого из чисел

шестого столбика отнять 4, разделить числа пятого столбика на 5 (считать пятёрками)» и т. п.

Вслед за нумерацией изучаются действия над круглыми десятками. Действия над круглыми десятками можно выполнять двояко, в зависимости от того, рассматриваем ли мы состав данных чисел из простых единиц или из десятков. Так, для выполнения действия 40 + 20 можно: а) к 40 единицам прибавить 20 единиц и б) к 4 десяткам прибавить 2 десятка. Второй приём, очевидно, легче первого и им следует преимущественно пользоваться при выполнении действий над круглыми десятками.

Для того чтобы облегчить усвоение этого приёма, целесообразно при объяснении каждого действия параллельно рассматривать аналогичные примеры в пределе 10 и 100, например:

4 + 2	4 лес. + 2 лес	40 + 20
8 — 2	8 дес. — 2 дес.	80 — 20
2 х 3	2 дес. Х 3	20 х 3
8 : 2	8 дес. : 2	80 : 2 и т. п.

Из действий над круглыми десятками более трудными являются умножение и деление, в особенности последнее. Для подготовки учащихся к изучению этих действий полезно при прохождении сложения и вычитания практиковать упражнения в групповом счёте, например:

К 20 прибавлять по 20 до тех пор, пока не получится 100.

От 90 отнимать по 80, пока не получится 0.

При прохождении действий над круглыми десятками, в особенности при прохождении

умножения и деления, полезно применять наглядные пособия (палочки, кубики и т. п.).

Изучением действий над круглыми десятками заканчивается программа I класса.

Во II классе после тщательного повторения пройденного в I классе дети приступают к изучению **сложения** и **вычитания** в **пределе** 100. Сложение и вычитание в пределе 100 охватывают следующие случаи, которые различаются приёмами вычислений:

1. Сложение и вычитание без перехода через десяток:

1) Прибавление однозначного числа к круглым десяткам, например: 50 + 6; 6 + 50.

Приём сложения основан на знании нумерации и состоит в соединении данных десятичных групп (50 и 6) в одно число.

2) Вычитание из полного двузначного числа его единиц или десятков: 56 — 6; 56 — 50.

Приём вычитания состоит в разложении уменьшаемого (56) на десятичные группы (50 и 6), от которых отнимается одна из групп.

3) Сложение полного двузначного числа с однозначным, когда сумма единиц слагаемых меньше или равна 10, например: 26 + 2; 2 + 26; 26 + 4; 4 + 26.

При выполнении сложения в данном случае складывают единицы слагаемых и полученную сумму прибавляют к десяткам двузначного слагаемого, например:

$$26 + 2 = 20 + (6 + 2) = 20 + 8 = 28;$$
$$26 + 4 = 20 + (6 + 4) = 20 + 10 = 30.$$

4) Сложение полного двузначного числа с круглыми десятками, например: 56 + 20; 20 + 56.

В этом случае складывают десятки (50 и 20) и к полученной сумме (70) прибавляют единицы (6).

5) Сложение полных двузначных чисел, когда сумма единиц слагаемых меньше или равна 10, например: 26 + 32; 26 + 34.

В данном случае основной приём сложения состоит в том, что к первому слагаемому последовательно прибавляют десятки и единицы второго слагаемого, например:

$$26 + 32 = 26 + 30 + 2 = 56 + 2 = 58;$$
$$26 + 34 = 26 + 30 + 4 = 56 + 4 = 60.$$

6) Вычитание однозначного числа из полного двузначного, когда единицы уменьшаемого больше единиц вычитаемого, например: 38 — 2.

В данном случае от единиц уменьшаемого (8) отнимают единицы вычитаемого (2) и полученный остаток (6) прибавляют к десяткам уменьшаемого (30).

7) Вычитание круглых десятков из полного двузначного числа, например: 56 — 20.

При выполнении вычитания в этом случае от десятков уменьшаемого (50) отнимают вычитаемое (20) и к полученному остатку (30) прибавляют единицы уменьшаемого (6).

8) Вычитание полных двузначных чисел из полных двузначных, когда единицы уменьшаемого больше единиц вычитаемого или равны им, например: 56 — 24; 56 — 26. В данном случае от уменьшаемого последовательно отнимают десятки и единицы вычитаемого, например:

$$56 - 24 = 56 - 20 - 4 = 36 - 4 = 32;$$
$$56 - 26 = 56 - 20 - 6 = 36 - 6 = 30.$$

9) Вычитание однозначного числа из круглых десятков, например: 60 — 2.

В этом случае у уменьшаемого (60) берут один десяток, отнимают от него вычитаемое (2) и полученный остаток (8) прибавляют к оставшейся части уменьшаемого (50).

10) Вычитание полного двузначного числа из круглых десятков, например 60 — 32.

В данном случае от уменьшаемого последовательно отнимают десятки и единицы вычитаемого, например:

$$60 - 32 = 60 - 30 - 2 = 30 - 2 = 28.$$

2. Сложение и вычитание с переходом через десяток.

1) Сложение однозначного числа с двузначным, например: 28 + 6; 6 + 28.

В этом случае двузначное слагаемое дополняют до круглых десятков, к которым затем прибавляют оставшиеся единицы однозначного слагаемого, например:

$$28 + 6 = (28 + 2) + 4 = 30 + 4 = 34;$$
$$6 + 28 = (28 + 2) + 4 = 30 + 4 = 34.$$

2) Сложение двузначных чисел, например: 28 + 24.

Основной приём в данном случае состоит в том, что к первому слагаемому последовательно

прибавляют десятки и единицы второго слагаемого, например:

$$28 + 24 = 28 + 20 + 4 = 48 + 4 = 52.$$

3) Вычитание однозначного числа из двузначного, например: 44 — 6.

В данном случае от уменьшаемого отнимают часть вычитаемого, равную единицам уменьшаемого, и из полученного остатка вычитают оставшиеся непонятыми единицы вычитаемого, например:

$$44 — 6 = (44 — 4) —2 = 40 — 2= 38.$$

4) Вычитание двузначных чисел, например:

42 — 24.

В данном случае от уменьшаемого последовательно отнимают десятки и единицы вычитаемого, например:

$$42 — 24 = 42 — 20 — 4 = 22 — 4 = 18.$$

При сложении и вычитании в пределе 100, после усвоения указанных выше приёмов, полезно применение следующих приёмов:

1) Поразрядное сложение, например:

$$28 + 6 = 20 + (8 + 6) = 20 + 14 = 34;$$
$$28 + 24 = (20 + 20) + (8 + 4) = 40 + 12 = 52.$$

2) Округление одного из слагаемых, например:

$$35 + 19 = 35 + 20 —1 = 55 — 1 = 54.$$

3) Округление вычитаемого, например:

$$53 - 19 = (53 - 20) + 1 = 33 + 1 = 34.$$

Некоторые из приведённых выше приёмов сложения и вычитания в пределе 100 аналогичны приёмам, используемым при сложении и вычитании в пределе 20. Так, действие 56 + 3 выполняется в **основном** так же, как 16 + 3, 80 — 4, как 20 — 4; 42 — 9, как 12 — 9; 60 — 12, как 20 — 12 и т. д. Рассмотрению отдельных случаев сложения и вычитания в пределе 100 следует поэтому предпосылать повторение соответствующих действий в пределе 20, перенося затем знакомый детям приём на новую область чисел.

Помимо опоры на ранее усвоенные приёмы, успешному изучению сложения и вычитания в пределе 100 содействует подробное устное объяснение используемых приёмов при решении первых примеров на каждый новый случай этих действий, а также подробная запись промежуточных вычислений, из которых складывается выполнение данного действия.

При прохождении сложения и вычитания в пределе 100 следует уделять особое внимание упражнениям, которые, одновременно с закреплением этих действий, способствуют подготовке к изучению умножения и деления в данном пределе, например:

а) к 8 прибавлять по 8 до тех пор, пока не получится 80;

6) 49 + 49; 27 + 27 + 27; 23 + 23 + 23 + 23;

в) от 80 отнимать по 8, пока не получится 0.

Табличное умножение в пределе 100 выполняется с помощью тех же приёмов, как и умножение в

пределе 20, при этом, как и в пределе второго десятка, в качестве основного приёма используется последовательное сложение равных слагаемых, а остальные приёмы (разложение множителя на слагаемые и перестановка сомножителей)—в качестве дополнительных.

Для сознательного усвоения основного приёма табличного умножения полезны упражнения в групповом счёте (в счёте двойками, тройками, четвёрками, пятёрками и т. д.). Усвоению этого приёма способствует также применение наглядности и подробная запись выполняемых вычислений, например:

6 + 6 = 12..... 6 x 2 = 12
6 + 6 + 6 = 18..... 6 x 3 = 18
6 + 6 + 6 + 6 = 24..... 6 x 4 = 24 и т. д.

Применение наглядных пособий можно рекомендовать при рассмотрении и других приёмов табличного умножения.

Разложение множителя на слагаемые в качестве приёма умножения целесообразно применять тогда, когда множитель больше 5 и когда вследствие этого, легко ошибиться при пользовании приёмом последовательного сложения.

Перестановку сомножителей следует применять весьма широко: при прохождении каждой таблицы умножения следует выяснить, какие равенства этой таблицы можно путём перестановки сомножителей свести к ранее встречавшимся. Благодаря пользованию этим приёмом число равенств, подлежащих запоминанию, сокращается почти вдвое.

К дополнительным приёмам умножения относится округление одного из сомножителей. Так, при умножении 6 на 9 можно 6 умножить на 10 и из полученного произведения (60) вычесть 6. При умножении 9 на 4 можно 10 умножить на 4 и из полученного произведения (40) вычесть 4.

Заботясь о сознательности усвоения приёмов умножения, следует в то же время добиваться, чтобы учащиеся знали таблицу умножения твёрдо наизусть и прибегали к нахождению результатов при помощи изученных приёмов данного действия лишь в тех случаях, когда они забывают тот или иной результат.

Табличное деление в пределе 100 изучается параллельно с соответствующими случаями умножения. При делении в пределе 100 могут быть использованы те же приёмы, что и при делении в пределе 20. Из этих приёмов основным является подбор числа, которое, будучи умножено на делитель, давало бы в произведении делимое.

К изучению каждого случая деления следует приступать лишь после основательного усвоения соответствующего случая умножения.

При объяснении деления вначале следует каждому примеру на целение предпослать соответствующий пример на умножение: 6 X 4; 24: 6.

В дальнейшем примеры на деление предлагаются без подготовительных примеров на умножение, но при их решении надо возможно чаще практиковать проверку полученного результата с помощью умножения.

При обучении детей внетабличному умножению различают два случая умножения: а) на однозначное число и 6) на двузначное. В первом случае на однозначное число умножают десятки множимого,

затем его единицы и полученные произведения складывают. Во втором случае однозначное число умножают сперва на десятки множителя, затем на его единицы и полученные произведения складывают. Легко видеть, что в обоих случаях по существу применяется один приём, тем более что путём перестановки сомножителей можно второй случай свести к первому.

При прохождении внетабличного умножения необходимо соблюдать строгую последовательность в переходе от лёгких к трудным примерам, беря вначале примеры, в которых произведение единиц множимого на единицы множителя меньше 10 (например: 11 х 9, 12 х 4, 32 х 3; или 9 х 11, 4 х 12, 3 х 32), затем примеры, в которых это произведение равно 10 или другому «круглому» числу[1] (например: 12 х 5, 25 х 4; или: 5 х 12, 4 х 25) и, наконец, примеры, в которых это произведение есть полное двузначное число (например: 12 х 6, 25 х 3; или: 6 х 12, 3 х 25).

Внетабличное **деление** включает деление: а) на однозначное число и б) на двузначное.

Основной приём внетабличного деления на однозначное число состоит в разложении делимого на слагаемые, из которых каждое делится на делитель, например:

$$85 : 5 = (50+35) : 5 = (50 : 5) + (35 : 5) = 10+7 = 17.$$

Для лучшего усвоения этого приёма полезно вначале брать такие примеры, в которых единицы

[1] «Круглым» принято называть число, оканчивающееся одним или несколькими нулями.

каждого разряда делимого делятся без остатка на делитель, например: 26 : 2, 48 : 4, 55 : 5, и лишь затем перейти к решению примеров, в которых десятки делимого не делятся без остатка на делитель, например: 64 : 4, 96 : 6. При решении первых примеров на деление, особенно в более трудных случаях его, полезно применять наглядность, деля данное число палочек, кубиков и т. п. на требуемое число равных частей.

Основной приём деления на двузначное число состоит в подборе частного путём умножения его на делитель. Этот приём, применяемый и при табличном делении, не является для детей новым; но применение его при внетабличном делении затрудняет многих детей: нахождение частного им нередко удаётся лишь после многих проб. Чтобы облегчить на- хождение частного при внетабличном делении на двузначное число, целесообразно начать с таких примеров, которые дают в частном небольшие числа, например: 32 : 16; 72 : 24. В этом случае для нахождения частного требуется мало проб, даже если испытывать по порядку все числа, начиная с 2.

Затем следует перейти к решению примеров с большими частными, например: 84 : 12; 95 : 19; 98: 14 и т. п., причём вначале рекомендуется решение небольших групп сходных примеров с одним и тем же делителем, например: 42 : 14; 70: 14; 98 : 14; 84 : 14 или: 60 : 12; 96 : 12; 72 : 12. Иногда решению данной группы примеров на деление полезно предпослать решение соответствующих примеров на умножение. Например, до решения приведённых выше примеров с делителем 14 можно проделать следующие подготовительные упражнения: «Прибавляйте к 14 по

14 до тех пор, пока не получится 98. Сколько получится, если 14 х 2? 14 х 3? 14 х 4? 14 х 5? 14 х 6? 14 х 72»

При повторении деления в пределе 100 учащиеся упражняются в нахождении кратных и делителей данного числа, выполняя следующие задания: «Назовите числа (не больше 100), которые делятся без остатка на 11, на 12, на 13, на 14 и т. д. На какие числа делятся без остатка 45? 28? 60?» и т. д.

При изучении деления необходимо познакомить детей с делением с остатком[1].

Деление с остатком находит широкое применение при письменном делении многозначных чисел. Успешность изучения последнего поэтому в немалой мере зависит от усвоения деления с остатком в пределе 100.

При прохождении деления с остатком целесообразно вначале решать примеры с одним делителем, положим, несколько примеров с делителем 2, затем несколько примеров с делителем 3 и т. д., при этом примеру на деление с остатком иногда полезно предпослать соответствующий пример на деление без остатка, например: 16 : 2; 17 : 2 или: 27 : 3; 29 : 3.

При упражнениях в решении задач на этом этапе обучения вводятся следующие новые виды простых задач: при прохождении сложения и вычитания—задачи на разностное сравнение и задачи, в которых по данному вычитаемому и остатку требуется найти уменьшаемое. При прохождении умножения и деления—задачи на деление по содержанию, на

[1] Согласио действующей программе виетабличиое деление с остатком изучается в Ш классе.

увеличение и уменьшение данного числа в несколько раз, на нахождение части числа, на кратное сравнение. Кроме того, решаются составные задачи, представляющие собой различные сочетания знакомых детям видов простых задач.

При объяснении задачи, в которой требуется по данному вычитаемому и остатку найти уменьшаемое (например: «Брат дал сестре 2 пера и после этого у него осталось 5 перьев. Сколько перьев было сначала у брата?»), полезно инсценировать условие, добиваясь отчётливого понимания детьми, что сначала у брата были и те 2 пера, которые он отдал сестре, и те 5 перьев, которые остались у него.

При рассмотрении новых видов простых задач большое внимание следует уделять сознательному усвоению учениками смысла соответствующих математических понятий (разностного и кратного сравнения, увеличения и уменьшения в несколько раз и др.). Достижению этой цели может содействовать широкое применение наглядных пособий при решении первых задач. Так, рассмотрение задач на разностное сравнение целесообразно начать со сравнения числа кубиков в двух рядом поставленных столбиках, со сравнения длины двух палочек, двух полосок бумаги, бечёвок и т. п.

При рассмотрении случая деления по содержанию полезно решение практических задач, например: путём наложения узнать, сколько раз меньшая палочка (или полоска бумаги) уложится в большей; узнать, сколько раз в данной коробочке содержится по 2 карандаша, сколько раз в ней содержится по 5 перьев; разделить 12 карандашей (палочек) между

несколькими учениками так, чтобы каждому досталось по 2 карандаша.

Вначале подобные задачи решаются устно, без записей, затем выясняется, каким действием они решены, и вводится запись решения.

После усвоения деления по содержанию проводится сравнение этого случая деления со случаем деления на равные части, для чего полезно решать задачи с одинаковой тематикой, подобранные так, что одна задача включает случай деления на равные части, а другая—случай деления по содержанию или наоборот. Например: «18 листов бумаги разделили между 3 учениками поровну. Сколько листов бумаги получил каждый ученик?», «18 тетрадей роздали нескольким ученикам, каждому по 3 тетради. Скольким ученикам роздали тетради?»

Для того чтобы учащиеся лучше осмыслили различие между двумя случаями деления, полезно эти задачи инсценировать, реально выполняя то, о чём рассказывается в каждой из них.

С большой тщательностью следует объяснить и другие виды простых задач, которые были упомянуты выше.

В пределе первой сотни решаются составные задачи в 2—3 действия, преимущественно приведённые. Определённое внимание следует также уделять непереведённым задачам. Чтобы облегчить решение последних, иногда целесообразно решать рядом приведённую и неприведённую задачи с аналогичной структурой, например: «3 мальчика ловили рыбу. Первый поймал 19 рыб, второй на 5 рыб больше первого, а третий в 2 раза меньше второго. Сколько рыб поймал третий мальчик?» (приведённая задача).

«3 девочки собирали грибы. Вторая девочка нашла на 7 белых грибов больше первой, а третья в 2 раза меньше второй. Сколько белых грибов нашла третья девочка, если первая нашла 25 белых грибов?» (неприведённая задача).

В число составных задач, решаемых в пределе первой сотни, входят задачи на приведение к единице, например:

«За 5 метров ткани заплатили 75 руб. Сколько нужно уплатить за 3 метра такой ткани?»

«3 чашки стоят 15 руб. Сколько таких чашек можно купить на 40 руб.?»

Для лучшего понимания способа решения этих, как и других составных задач целесообразно проводить аналитический разбор их, выясняя, можно ли сразу решить главный вопрос задачи, каких данных нахватает для этого, как получить эти данные.

Иногда может оказаться полезным инсценирование условий задачи, изображение её содержания в лицах. Так, при рассмотрении условия приведённой выше задачи можно вызвать к доске двух учащихся, из которых один изображает покупателя, купившего 5 м ткани за 75 руб., а другой —покупателя, желающего купить 3 м такой ткани. С помощью вопросов, адресуемых к «покупателям», выясняется, сколько метров ткани купил первый из них, сколько денег он уплатил за купленную ткань, сколько метров ткани хочет купить второй «покупатель», что ему нужно сосчитать.

Нумерация и действия в пределе 1000

В пределе 1000, как и в пределе 100, сначала изучается устная нумерация, затем письменная. Прохождению устной нумерации в пределе 1000 целесообразно предпослать повторение нумерации в пределе первой сотни. Учащимся предлагается сосчитать данное количество палочек (кубиков), например: 60. Сперва они считают их по одному. Затем выясняется, что гораздо легче сосчитать палочки, если каждые 10 штук объединить в десяток. При последующем счёте десятками выясняется, что десяток тоже единица, только не простая, а составная, и что десятками считают так же, как единицами.

Примерно так же проводится ознакомление учащихся с новой счётной единицей—сотней. Учащимся предлагается сосчитать данное им количество палочек, связанных пучками (десятками), например: 40 десятков. Сперва счёт ведётся десятками (десять, двадцать, тридцать, сорок ит. д.). Затем выясняется, что легче сосчитать палочки, если каждые 10 десятков объединить в сотню. При счёте сотнями внимание учащихся обращается на то, что сотня, как и десяток,—составная единица и что сотнями считают так же, как единицами.

Чтобы сделать понятие о сотне как счётной единице возможно более чётким, следует давать одновременно упражнения в отсчитывании 5 единиц, 5 десятков и 5 сотен палочек; 3 единиц, 3 десятков и 3 сотен; 7 единиц, 7 десятков и 7 сотен ит. п.

Вслед за упражнениями в счёте круглыми сотнями идут упражнения в счёте сначала сотнями и

десятками, затем сотнями, десятками и единицами, при этом следует строго следить за тем, чтобы при иллюстрировании данных чисел с помощью наглядного счётного материала единицы неизменно клались на первом месте с правой руки, десятки—на втором и сотни—на третьем.

Счёт ведётся сначала на палочках (кубиках), затем отвлечённо. В обоих случаях возможно чаще выясняется десятичный состав рассматриваемых чисел (из скольких сотен, десятков и единиц они состоят). При обучении нумерации можно применить рулетку, на которой дети отыскивают определённое, указываемое учителем число сантиметров, например: 145 см, 270 см ит. д.

При изучении письменной нумерации данные числа составляются из палочек или кубиков и записываются в нумерационной таблице и параллельно вне её.

Сотни	Десятки	Единицы
2	3	6

236

В дальнейшем иллюстрирование данных чисел с помощью наглядного счётного материала и запись их в нумерационной таблице практикуются лишь в случае затруднения учащихся в усвоении письменной нумерации.

Помимо нумерационной таблицы, при прохождении письменной нумерации может быть использован абак.

Лучшему усвоению письменной нумерации способствует также упражнение учащихся в

изображении данных чисел на счётах (классных или торговых).

При обучении письменной нумерации вначале берутся числа, изображаемые значащими цифрами, например: 236, 428 и др.; затем числа, в изображении которых имеется один или два нуля.

Сложение и вычитание трёхзначных чисел выполняется частично с помощью устных приёмов, частично—с помощью письменных приёмов.

Устное сложение и вычитание. С помощью устных приёмов целесообразно выполнять все случаи сложения и вычитания трёхзначных чисел без перехода через сотню, например: 105+38; 315+207; 356—26; 632—210, и более лёгкие случаи этих действий с переходом через сотню.

При сложении и вычитании в пределе 1000 без перехода через сотню в основном используются те же приёмы вычислений, что и в пределе 10, 20 или 100.

Приёмы устного сложения и вычитания в пределе 1000 с переходом через сотню в определённой мере также аналогичны приёмам этих действий в пределе 100. Так, при решении примера 80+60 обычно число 80 дополняют до 100 и к полученной сотне прибавляют оставшиеся единицы второго слагаемого. Нетрудно видеть, что используемый здесь вычислительный приём имеет много общего с приёмом, используемым при решении примера 8+6, где первое слагаемое также дополняют до ближайшего круглого числа, к которому затем прибавляют оставшиеся единицы второго слагаемого.

Пример: 80+60 можно решать и так: 8 дес. + 6 дес. = 14 дес., или 140. В этом случае его решение сводится непосредственно к сложению в пределе 20.

Для успешного выполнения **письменного сложения** нужно уметь: а) правильно и бегло складывать разрядные единицы и 6) превращать единицы одного разряда в единицы следующего, высшего, разряда. Прохождению письменного сложения должны поэтому предшествовать упражнения в сложении единиц отдельных разрядов, например: 5+3+7+0+4+9; 20+60+30+70; 300+200+400, при этом сложение десятков и сотен полезно свести к сложению единиц. Например: 20+60+30+70 =2 дес. + 6 дес. + 3 дес. + 7 дес. = 18 дес. = 1 сот, 8 дес. =180.

Письменное сложение целесообразно проходить в такой последовательности: а) сумма разрядных единиц слагаемых меньше 10, например: 231+458; 6) сумма разрядных единиц равна или больше 10 в одном случае, например: 238+312; 437+382; в) сумма разрядных единиц равна или больше 10 в двух случаях, например: 178+562; 458+347.

При объяснении письменного сложения следует начать с сложения сотен, а затем решить пример, начиная с единиц, при этом выясняется, что письменное сложение удобнее начинать с единиц.

При **письменном вычитании** от учащихся требуется умение: а) безошибочно и бегло выполнять табличное вычитание и 6) раздроблять единицы высшего разряда в единицы следующего низшего разряда. Для подготовки к письменному вычитанию поэтому уместны упражнения в табличном вычитании единиц различных разрядов, например: 13—9; 7—0; 150—60; 1100—700, при этом вычитание десятков и сотен полезно свести к вычитанию простых единиц, например: 150—60= =15 дес. —6 дес. = 9 дес., или 90; 1100—700 =11 сот. —7 сот.=4 сот., или 400.

Письменное вычитание изучается в такой последовательности:

1. При вычитании не приходится занимать единицы какого-либо разряда уменьшаемого, например: 685—324; 487—403; 756—326.

2. При выполнении вычитания приходится занимать единицы соседнего высшего разряда уменьшаемого сначала в одном, а затем в двух случаях, например: 356—238, 360—275.

3. Из-за отсутствия единиц того или иного разряда уменьшаемого а занимать единицу следующего высшего разряда, например: 901—75.

При прохождении первой ступени письменного вычитания следует уделять внимание примерам, в которых имеются нули в вычитаемом, например: 579—203, либо получаются нули в остатке, например: 876—256.

В данный концентр **включается умножение и деление трёхзначного числа на однозначное,** при этом лёгкие случаи этих действий выполняются устно, а более трудные—письменно[1].

Устное умножение й деление. Устное умножение и деление охватывает следующие случаи:

а) Умножение круглых сотен на однозначное число, например; 200 х 3, и соответствующие случаи деления, например: 600 : 3.

6) Умножение двузначных чисел, оканчивающихся нулём, на однозначное число, например: 80 X 7, и соответствующие случаи деления, например: 560:7.

[1] Согласно действующей программе действия над круглыми сотнями и десятками в пределе 1000 изучаются во И классе, Остальные случай изучаются в III классе.

в) Умножение трёхзначных чисел, оканчивающихся нулём, на однозначное число, например: 120 X 6, и соответствующие случаи деления, например: 720:6.

Письменное умножение. При письменном умножении требуется знание таблицы умножения, умение безошибочно и бегло производить сложение в пределе 100, превращать единицы низшего разряда в единицы следующего высшего разряда. Таблицу умножения нужно при этом знать в применении не только к простым единицам, но и к составным (десяткам, сотням). Прохождению письменного умножения следует поэтому предпослать подготовительные упражнения в устном счёте.

Письменное умножение целесообразно проходить в такой последовательности:

1. Умножение без перехода через десяток, например: 123 X 3; 102 X 4.

2. Умножение с переходом через десяток:

а) в одном случае, например: 128 X 3;

6) в двух случаях, например: 236 X 4.

Для того чтобы учащиеся лучше усвоили смысл умножения, как действия, заменяющего сложение равных слагаемых, следует давать упражнения в нахождении суммы нескольких равных слагаемых: а) посредством сложения и 6) посредством умножения, например:

```
  246          246
  246        X   4
+ 246        _____
  246
____
```

Параллельное решение подобных примеров способствует лучшему пониманию. приёма письменного умножения.

Для успешного усвоения письменного деления дети должны уметь безошибочно и бегло производить табличное деление, при этом они должны уметь делить не только простые единицы, но и единицы высших разрядов. Необходимо поэтому уделять много внимания упражнениям в табличном делении, особенно в делении с остатком. Подобные упражнения следует давать на протяжении сравнительно большого промежутка времени с тем, чтобы к моменту изучения письменного деления учащиеся умели правильно и бегло выполнять вычислительные операции, которые требуются при производстве данного действия.

Письменное деление на однозначное число целесообразно проходить в такой последовательности:

1) Отдельные разрядные единицы делимого делятся нацело на делитель, например: 864:2; 963:3.

2) Единицы 3-го разряда делимого делятся на делитель, а единицы 2-го и 1-го разрядов в отдельности не делятся нацело на делитель, например: 872:4; 570:5.

3) Единицы 3-го и 2-го разряда в отдельности не делятся, а вместе взятые делятся нацело на делитель, например: 368:4; 142:2.

4) Единицы каждого разряда делимого не делятся нацело на делитель, например: 736:3.

5) Единицы 3-го разряда делимого делятся нацело на делитель, а единицы 2-го разряда меньше делителя, вследствие чего в середине частного получается нуль, например: 728:7.

Объяснение письменного деления, особенно более трудных случаев его, целесообразно проводить на наглядном счётном материале. Так, при объяснении четвёртого из указанных выше случаев деления можно по ставить перед учениками задачу разделить 350 палочек («карандашей») на две равные части (поровну между 2 школами). Сначала делят между 2 школами 3 сотни палочек, получается по 1 сотне на каждую школу. Оставшуюся сотню раздробляют в десятки, получается 10 десятков, да ещё было 5 десятков, всего 15 десятков. Делят 15 десятков на 2, получается 7 десятков. Оставшийся десяток раздробляют в единицы, полученные 10 единиц делят на 2, получается 5. Итак на каждую часть (каждую школу) приходится 1 сотня 7 десятков 5 единиц, или 175 единиц («карандашей»).

Письменное деление. учащиеся должны вначале объяснять подробно, примерно так: 375:5. 3 сотни разделить на 5, сотен не получится. Раздробляем 3 сотни в десятки, получится 30 десятков; 30 десятков да 7 десятков составляют 37 десятков; 37 десятков разделим на 5, получим 7 десятков. Умножим 7 десятков на 5, получим 35 десятков. Вычтем 35 десятков из 37 десятков, получится 2 десятка. Раздробим их в единицы, получим 20 да ещё 5, всего 25 единиц. Разделим 25 на 5, получаем 5 единиц. Итак, всего получилось 7 десятков и 5 единиц, или 75.

В дальнейшем можно перейти к более краткому объяснению деления.

В пределе 1000 закрепляются навыки учащихся в решении ранее встречавшихся видов задач и вводятся некоторые новые виды.

В концентре «Первая тысяча» следует уделять особое внимание так называемым неприведённым задачам, например:

«За 3 метра шерстяной материи и 2 метра сукна уплатили 380 руб. Метр шерстяной материи стоил 60 руб. Сколько стоил метр сукна?»

При решении задач в пределе 1 000 некоторые учащиеся плохо справляются с выбором действий даже при решении относительно лёгких задач. Это объясняется необычностью новых для них числовых данных. Преодолению этих затруднений может способствовать предварительное рассмотрение аналогичной задачи с небольшими числовыми данными с тем, чтобы после её решения дети приступали к решению затруднившей их задачи с большими числами.

Из новых видов задач в пределе 1000 полезно решать такие, которые могут способствовать подготовке учащихся к решению типовых задач, входящих в программу III класса. Так, для подготовки к решению задач на пропорциональное деление решаются задачи, подобные следующей: «За 2 отреза одинаковой ткани уплачено 350 руб. В первом отрезе было 3 метра, во втором—2 метра. Сколько рублей стоил метр этой ткани?»

Аналогичным способом следует вести подготовку к решению других видов задач, входящих в программу III класса.

ПРИМЕРНЫЕ ПЛАНЫ УРОКОВ

I КЛАСС

Тема. Число и цифра 5.

1-й урок.

Цель урока—уточнить представления учащихся о числе 5. Ознакомить их с цифрой 5.

Ход урока. 1. Восприятие числа 5.

а) Образованне данного числа на классных пособиях. На полочке ставят 4 кубика, затем ещё один. Выясняется, сколько всего кубиков получилось. (То же проделывается на счётах.)

6) Образование данного числа на индивидуальных пособиях.

Учащиеся откладывают 4 палочки, затем прибавляют к ним ещё одну и говорят, сколько всего палочек получилось.

в) Ознакомление с числовой фигурой 5.

Учитель чертит на доске числовую фигуру 4 (в виде кружков), затем добавляет ещё 1 кружок.

Учащиеся зарисовывают эту фигуру в своих тетрадях.

г) Измерение шагами.

Вызванный ученик делает 4 шага, затем ещё 1. Выясняется, сколько всего шагов он сделал.

2. Ознакомление е цифрой 5.

Учащиеся показывают цифры 1, 2, 3, 4. Затем учитель показывает детям карточку с цифрой 5. Чтобы проверить, хорошо ли дети усвоили цифры, учитель показывает им карточки с цифрами, требуя от них, чтобы они каждый раз показывали столько палочек (или пальцев), сколько единиц в показываемом им числе.

3. Письмо цифры 5.

Учитель показывает детям, как пишется цифра 5.

По заданию учителя учащиеся пишут эту цифру в своих тетрадях.

4. Задание на дом—нарисовать 5 яблок; писать цифру 5 (1 строку).

2-й урок.

Цель урока—закрепить знания, полученные на предыдущем уроке.

Ход урока.

1. Повторение пройденного на предыдущем уроке. Письмо цифры 5.

2. Рассмотрение состава числа 5.

Разложение числа 5 на 4 и 1 на классных и индивидуальных пособиях. Зарисовка в тетрадях 5 ягод. Разбивка их с помощью вертикальной чёрточки (стоячей палочки} на 4 и 1.

Подобным образом число 5 разбивается на 1 и 4, на 3 и 2 и на 2 и 3, после чего делается вывод, на какие два числа можно разложить число 5.

3. Устное решение задач на сложение в вычитание в пределе 5.

4. Задание на дом: 5 палочек раскладывать на 2 кучки, как это делали в классе. Запомнить, как можно по-разному разложить 5 палочек на 2 кучки. Писать цифру 5 (две строки).

Тема. Вычитание однозначных чисел в пределе 20 без перехода через десяток.

Цель урока—ознакомить учащихся с приёмом выполнения данного действия, добиться правильного применения ими этого приёма при решении лёгких примеров.

Ход урока. Чтобы подготовить учащихся к изучению нового действия, учитель предпосылает объяснению нового материала устное решение примеров на вычитание в пределе 10, на выяснение десятичного состава чисел второго десятка и на прибавление однозначных чисел в пределе 20 без перехода через десяток.

Образцы примеров:

а) 8—6; 7—5: 9—6; 8—3.

6) Сколько десятков и единиц в числах 12? 16? 18? 19?

в) 12+4; 13+3; 14+4; 12+6; 15+3.

Первые две группы примеров непосредственно подготовляют к изученною нового действия, так как они включают вычислительные операции, примиряемые при вычитании однозначных чисел без перехода через десяток. Третья группа примеров полезна тем, что вычислительный приём, используемый при их решении, имеет много общего с приёмом, который должен быть сообщён учащимся на данном уроке.

За указанными подготовительными упражнениями следует объяснение нового приёма, которое ведётся на наиболее лёгких примерах, положим: 14—2; 16—2; 15—1; при этом решению каждого из этих примеров предпосылается решение соответствующего примера на вычитание в пределе 10, а именно:

4—2	6—2	5—1
14—2	16—2	15—1

При решении первых примеров применяются наглядные пособия (палочки или счёты). Эти примеры решаются всем классом под руководством учители, который записывает решение на доске, предлагая затем учащимся записать примеры в своих тетрадях.

После объяснения учитель—в целях проверки усвоения и первичного закрепления нового действия—вызывает по очереди нескольких учащихся к доске, даёт каждому из них пример для решенная и требует от него подробного

объяснения выполняемого действия. После решения одного из этих примеров полезно предложить учащимся составить задачу, для решения которой требуется произвести то же действене с тем, чтобы дети осмыслили, при решении каких задач применяется данное действие.

Для того чтобы проверить, усвоен ли новый приём **всеми** учащимися, учитель после опроса отдельных учеников предлагает классу несколько примеров для устного решения, а затем эти же примеры учащиеся решают письменно в тетрадях. Таким образом, учащиеся решают эти примеры полу самостоятельно.

После проверки выполненной работы учитель устно решает с детьми несколько примеров, намеченных для задания на дом, в целях подготовки учащихся к предстоящему им дома самостоятельному решению примеров.

В конце урока в беседе с детьми выясняется, чему они научились сегодня.

II КЛАСС

Тема. Решение задач способом приведения к единице.

1-й урок.

Цель урока—исходя из решения простых задач подвести детей к пониманию способа решения задач приведением к единице.

Ход урока. В порядке подготовки учащихся к решению названного типа задач учитель во время занятий устным счётом, проводимого после проверки домашнего задания, предлагает учащимся примерно такие задачи:

«4 пера стоят 12 коп. Сколько стоит I перо? А сколько нужно уплатить за 6 таких перьев?»

Чтобы дети лучше поняли, какие данные необходимо иметь для решения задачи способом приведения к единице, им даётся следующая подготовительная задача в одно действие, причём условие задачи иллюстрируется рисунками на доске:

«Дыня стоит 4 руб. Сколько нужно уплатить за 5 таких дынь?»

Затем учащимся предлагается следующая задача в 2 действия, условие которой также иллюстрируется рисунком:

«2 арбуза стоят 8 руб. Сколько нужно уплатить за 5 таких арбузов?»

При анализе последней задачи в беседе с детьми выясняется, можно ли сразу узнать, сколько нужно уплатить за 5 арбузов, почему можно было в предыдущей задаче сразу узнать, сколько стоили 5 дынь, почему нельзя сразу узнать, сколько стоили 5 арбузов. Из анализа задачи выясняется, что прежде чем узнать, сколько стоили 5 арбузов, нужно сначала узнать, сколько стоил I арбуз. После этого коллективно намечается план задачи и проводится её решение, которое записывается на доске и в тетрадях.

При рассмотрений следующей задачи: «4 ложки стоят 12 руб. Сколько стоят 6 таких ложек?», условие её оформляется на доске уже без иллюстраций, а именно:

4 ложки—12 руб.
6 ложек—?

При анализе этой задачи выясняется, что узнать сразу, сколько стоят 6 ложек, нельзя, что прежде нужно узнать, сколько стоит 1 ложка. Вслед за анализом задачи коллективно составляется план её и устно проводится её решение, после чего детям предлагается записать это решение в своих тетрадях. Таким образом, эту задачу в отличие от предыдущей, которая была решена коллективно, дети решают полу самостоятельно.

Для того чтобы дети лучше осознали структуру задач данного типа, им предлагается составить задачи, похожие на решённую. Одна из составленных учащимися задач предлагается им для самостоятельного решения (устного или письменного).

На дом задаётся задача данного типа и примеры.

При подведении итогов урока в беседе выясняется, что дети учились на уроке решать задачи, в которых требовалось узнать, сколько стоят несколько предметов, что узнать это сразу нельзя было, приходилось сначала узнавать, сколько стоит 1 предмет, а уже потом, сколько стоят несколько предметов.

2-й урок.

Цель урока—закрепить знания учащихся, полученные ими на предыдущем уроке.

Ход урока. Для того чтобы выявить, в какой мере учащиеся осознали структуру новых задач, и в то же время способствовать закреплению их знаний, учитель предлагает детям составить задачи, похожие на одну из тех, которые были решены мин дома. Заслушивается несколько задач, составленных детьми, и одна (или две) из них предлагается для устного решения.

После этого детям даётся усложнённая задача данного типа, например:

«Одна хозяйка купила 2 чашки за 12 руб. Другая купила 3 таких же чашки и дала в кассу 20 руб. Сколько ей нужно получить сдачи?» (Условие задачи учитель записывает кратко на доске.)

После повторения условия проводится аналитический устный разбор задачи, Затем учащимся предлагается записать её решение в своих тетрадях. Эта задача, таким образом, решается детьми полу самостоятельно.

После того как большинство учащихся закончат свою работу. учитель в развёрнутой беседе выясняет, как

учащиеся решали задачу, при этом решение её записывается на доске.

Затем детям даётся усложнённая задача данного типа для самостоятельного решения, например:

«3 стакана ягод стоят 6 руб. Девочка купила 7 стаканов ягод и дала в уплату 15 руб. Сколько она должна получить сдачи?»

В конце урока в беседе выясняется, чем занимались в чему выучились на уроке.

На дом детям задаются 1—8 усложнённых задачи данного типа из задачника.

Тема. Понятне „во столько-то раз больше“.

1-й урок.

Цель урока. С помощью наглядных пособий раскрыть смысл выражения «больше в несколько раз» и выявить действие, при помощи которого данное число увеличивается в несколько раз.

Ход урока. 1. После проверки домашнего задания и выполнения ряда упражнений в увеличении числа на несколько единиц учитель сообщает детям цель предстоящего урока примерно в такой форме:

—Дети, вы знаете, что значит «больше на несколько единиц», и умеете увеличивать число на несколько единиц. Сегодня вы узнаете, что значит «больше в несколько раз» и как увеличить число в несколько раз. Это надо знать, потому что это часто встречается в жизни. Вот, например, идут две девочки в школу. Одна из них говорит: «Я вчера решила 3 примера». А другая говорит: «А я решила примеров в 2 раза больше» Что значит в 2 раза больше? Сколько это примеров? Сейчас Мы будем учиться, как это узнавать.

2. Затем учитель говорит:— Я сейчас поставлю девочек парами перед классом справа и слева. Выйдите вы обе из-

за парты и станьте справа. А слева пусть станет одна пара, вторая пара и третья пара. (Девочки парами выходят из-за парт и становятся слева.)

—Где больше девочек—справа или слева?

—Слева больше. Справа стоит 1. пара, а слева 3 пары.

—В таком случае говорят—слева в 3 раза больше, чем справа. Во сколько же раз слева больше девочек, чем справа? (Слева девочек в 3 раза больше, чем справа.)

—Теперь пусть слева станет ещё одна пара—четвёртая. Сколько пар теперь стоит справа и сколько слева?

—Во сколько раз слева девочек больше, чем справа? (Слева в 4 раза больше, чем справа.)

—Почему вы говорите—в 4 раза больше? (Потому что справа одна пара, а слева 4 пары.)

—Я откладываю на верхней проволоке счётов 4 пары шариков, а на нижней одну пару шариков. На какой проволоке шариков больше и во сколько раз больше?

—Теперь я присчитаю на верхней проволоке ещё одну —пятую—пару шариков. Во сколько раз теперь больше шариков?

—Почему в 65 раз больше? (Потому что на нижней проволоке только одна пара, а на верхней проволоке таких пар пять.)

—На нижней строчке классной доски я нарисовал три кружочка. Что надо сделать, чтобы на верхней строчке было кружочков в 4 раза больше? (Учитель рисует на верхней строчке четыре раза по три кружочка.)

—Я даю Вале 4 карандаша. Что надо сделать, чтобы у Оли было карандашей в 2 раза больше, чем у Вали?

—Достаньте ваши палочки. Положите справа 3 палочки, а слева в 2 раза больше.

—Положите справа 4 палочки, а слева в 3 раза больше.

—Теперь, положите слева две палочки, а справа в 6 раз больше.

—Вы поняли, что значит «в несколько раз больше»? Теперь будем увеличивать числа в несколько раз,

вычислять и записывать вычисления. Вот здесь, на нижней строчке, 3 кружочка. А на верхней строчке— кружочков в 4 раза больше. Сколько кружочков на верхней строчке? Как вы узнали, что 12 кружочков? (Мы взяли 4 раза по 3 кружочка и получили 12 кружочков.)

—Запишем это: 3 круж. Х 4 =12 круж.

Вот здесь, на нижней проволоке, у нас 2 шарика. А на верхней в 5 раз больше. Сколько шариков на верхней проволоке? Как вы узнали, что 10 шариков?

—Запишем это: 2 шар. Х 5 = 10 шар.

—Значит, что надо делать, чтобы увеличить число в несколько раз?

3.—Теперь поучимся решать задачи, в которых надо найти такое число, которое должно быть в несколько раз больше данного числа. Возьмём задачу, похожую на ту, о которой я говорил в начале урока.

«Одна девочка решила 4 примера, а другая в 3 раза больше. Сколько примеров решила другая девочка?»

Дети решают задачу.

—Слушайте вторую задачу: «Один рабочий сделал за час 4 детали, а другой—стахановец—в 5 раз больше. Сколько деталей сделал в час рабочий-стахановец?»

После решения задачи и получения ответа учитель ставит вопросы: «Как получить число в 5 раз больше 4? Как записать вычисление?»

4.—Теперь придумайте сами такую задачу в одиа действие, в которой надо найти число в несколько раз больше другого данного числа.

Дети составляют задачи.

Учитель опрашивает возможно большее число учащихся, выполнивших его задание.

Правильное составление задач покажет, что цель урока достигнута: у учащихся сформировалось понятие увеличения числа в несколько раз.

Задание на дом: решить по задачнику 2—3 задачи в одно действие, содержащие в себе понятие «во столько-то раз больше».

2-й урок.

Цель урока. На решении задач показать однозначность терминов: «больше, дороже, длиннее, тяжелее и т. д. во столько-то раз».

На втором уроке продолжается формирование понятия увеличения числа в несколько раз путём решения задач сначала в одно, потом в два действии. В задачи вводятся различные величины: стоимость, вес, время, длина, высота, ширина предметов и пр. Например:

«Карандаш стоит 6 коп. а линейка в 3 раза дороже. Сколько стоит линейка?»

«Лопата весит 2 килограмма, а лом в 4 раза тяжелее. Сколько весит лом?» «Сыну 5 лет, а отец в 6 раз старше сына. Сколько лет отцу?» и т. д.

На таких задачах выясняется, что термины «Дороже, тяжелее, старше, выше, глубже, шире, длиннее в несколько раз» имеют значение термина «больше в несколько раз».

На этом уроке повышается степень самостоятельности в работе учащихся: дети придумывают свои задачи по определённому заданию учителя («Придумайте такую задачу, в которой один предмет шире (выше, длиннее, тяжелее) другого в несколько раз»); на самостоятельную работу выделяется около 10 минут, в течение которых детн решают готовые задачи из задачника.

Таким образом, данный урок строится примерно по следующему плану:

1. Проверка домашнего задания.

2. Упражнения в устном счёте: повторение пройденной части таблицы умножения и деления.

3. Решение задач в одно действие, в которых имеются выражения: «в несколько раз дороже», «в несколько раз старше», «в несколько раз тяжелее». Задачи решаются устно с последующей записью действия (умножения).

4. Самостоятельная работа учащихся: решение двух подобных задач из задачника. Проверка самостоятельной работы.

5. Придумывание самими учащимися таких задач, в которых были бы слова (понятия): «длиннее в несколько раз», «шире в несколько раз», «выше в несколько раз». Решение придуманных задач.

6. Задание на дом: решить две задачи (№№ ...). Повторить таблицу умножения на 4.

3-й урок.

Цель урока. Закрепить знания, полученные на предыдущих уроках и углубить понятие увеличения числа в несколько раз путём сравнения и сопоставления этих задач с задачами на увеличение числа на несколько единиц.

Ход урока. 1. Проверка домашнего задания.

2. Упражнения в устном счёте: повторение таблицы умножения и деления.

3. Формулировка цели урока («Сравним задачи, в которых говорится об увеличении на несколько единиц, с задачами, в которых число, увеличивается в несколько раз. Установим, чем отличается их решение»).

4. Решение двух пар задач с записью их решения:

а) «У Васи 8 коп., а у Вани на 2 коп. больше. Сколько денег у Вани?»

8 коп. + 2 коп. = 10 коп.;

6) ‹У Васи 8 коп., а у Вани в 2 раза больше. Сколько денег у Вани?»

8 коп. X 2 = 16 коп.

а) «Карандаш стоит 7 коп., а ручка на 5 коп. дороже. Сколько стоит ручка?»

7 коп. + 5 коп. = 12 кой.;

6) «Карандаш стоит 7 коп. а блокнот в 5 раз дороже. Сколько стоит блокнот?»

7 коп. X 5 =35 коп.

5. Придумывание каждым учеником двух задач, причём в одной требуется число увеличить на несколько единиц, а в другой—число увеличить в несколько раз. Запись решения придуманных задач в тетрадях учащихся.

6. Обобщение: а) каким действием решаются задачи на увеличение числа на несколько единиц; б) каким действием решаются задачи на увеличение числа в несколько раз.

7. Задание на дом: решить 2 задачи, в которых встречается увеличение на несколько единиц и в несколько раз.

УСТНЫЙ СЧЁТ В III И IV КЛАССАХ

Устный счёт имеет важное значение для практической подготовки учащихся, так как он находит широкое применение в жизни. Он имеет также большое значение для подготовки учащихся к письменным вычислениям, успешное изучение которых возможно лишь при наличии прочных навыков в устных вычислениях.

Между тем обучение устному счёту, которое занимает сравнительно большое место в плане работы I и II классов начальной школы, часто не получает должного продолжения и развития в III и IV классах. В результате некоторые учащиеся, как это показывают многочисленные наблюдения и данные экзаменов, заканчивают IV класс со слабой подготовкой в области устного счёта, что тормозит успешное изучение ими арифметики и последующих разделов математики в старших классах.

Необходимо поэтому существенно улучшить обучение устным вычислениям в старших классах начальной школы.

Занятия устным счётом в III и IV классах имеют своей целью: а) закрепить и усовершенствовать счётные навыки детей, приобретённые ими в двух младших классах; б) распространить эти навыки на большие числа и в) ознакомить учащихся с некоторыми новыми вычислительными приёмами.

Как известно, все действия, изучаемые в I и II классах, а именно: 4 действия в пределе 100 и лёгкие случаи 4 действий в пределе 1000, выполняются с помощью устных вычислительных приёмов.

Эти приёмы многие учащиеся II класса усваивают недостаточно прочно. Занятия устным счётом в III и IV классах следует поэтому в определённой мере посвящать **закреплению** и **усовершенствованию** счётных навыков, приобретённых детьми в младших классах.

Поскольку речь идёт о повторении пройденного, следует сравнительно часто предлагать учащимся смешанные простые или составные примеры на указанные действия, например: 80 — 24; 18 X 3; 26 + 48; 84 : 6; 410—50; 30 X 8; 120+180; 320:4; 96 : 6 X 4—42+18 и т. д.

Но при решении таких примеров недостаточно закрепляются отдельные действия. Целесообразно поэтому некоторые занятия устным счётом посвящать повторению одного действия или даже определённого случая какого-либо действия, например, случая деления с остатком, случая внетабличного деления на двузначное число и т. п. Подобное ограничение содержания занятий устным счётом особенно уместно в III классе, в частности в первое полугодие учебного года, поскольку счётные навыки учащихся, вынесенные ими из II класса, часто 3 это время ещё недостаточно прочны.

При планировании занятий устным счётом необходимо учитывать знания учащихся с тем, чтобы на повторение слабо усвоенных действий выделять больше времени, чтобы эти занятия в максимальной мере способствовали закреплению счётных навыков детей.

Особое внимание при повторении действий, изученных во II классе, следует уделять действиям в пределе 100, в частности делению, ввиду трудности этого действия. Необходимо помнить, что без

твёрдого знания деления в пределе 100 невозможно успешное изучение дальнейшего курса арифметики, в особенности разделов этого курса «Делимость чисел» и «Обыкновенные дроби», изучаемых в V классе.

Необходимо добиваться, чтобы учащиеся III и IV классов не только умели абсолютно правильно и бегло решать любые примеры на деление в пределе первой сотни, но и знали бы, на какие числа делится любое число в этом пределе (например, на какие числа делятся без остатка 45, 68, 75 и т. д.), а также от умножения каких двух чисел может получиться данное число (например, от умножения каких двух чисел может получиться 56? 84? 36? И т. д.).

Занятия устным счётом в старших классах начальной школы должны вестись в тесной связи с обучением письменным вычислениям и должны подготовлять учащихся к последним. Наряду с приёмами письменного выполнения каждого действия, следует знакомить детей с различными приёмами устного выполнения его.

При письменном выполнении любого арифметического действия приходится целый ряд вычислительных операций выполнять устно.

Перед переходом к новому случаю письменных вычислений учитель должен:

а) тщательно проанализировать, какие навыки устного счёта требуются для успешного усвоения нового действия;

6) проверить, в какой мере учащиеся владеют этими навыками;

в) в случае надобности дать им соответствующие упражнения для развития этих навыков.

Помимо устных упражнений, которые должны предшествовать изучению отдельных случаев письменных вычислений, следует параллельно с изучением письменного способа производства каждого действия (будь то действие над целыми отвлечёнными или составными именованными числами), упражнять учащихся в устном решении примеров и задач на это действие. Для устных упражнений следует выбирать сравнительно лёгкие случаи изучаемого действия, преимущественно над круглыми числами, действия над которыми легко сводятся к действиям в пределе 100.

Помимо закрепления **вычислительных приёмов**, изученных во II классе, и распространения этих приёмов на больший предел чисел, следует ознакомить учащихся III и IV классов с некоторыми новыми вычислительными приёмами, преимущественно частными.

Рассмотрим вычислительные приёмы, которые уместно ввести в III и IV классах дополнительно к тем, которые изучались в младших классах.

Приёмы устного сложения:

а) Округление слагаемых, например:

38 + 59 = 40 + 60 — (2 + 1) = 97;

69 + 71 = 70 + 70 = 140.

6) Группировка слагаемых, например:

28 + 65 + 72 = (28 + 72) + 65 = 100 + 65 = 165.

Приёмы устного вычитания:

а) Округление данных чисел, например:

80 — 49 = (80 — 50) + 1 = 31;

101 — 35 = (100 — 35) + 1 = 65 + 1 = 66;

175 — 99 = (175 — 100 + 1 = 75 + 1 = 76.

6) Замена вычитания сложением (приём дополнения), например:

215 — 86; 86 + 14 = 100; 100 + 115 = 215.

Отсюда остаток равен 14 + 115 = 129.

Приёмы устного умножения:

а) Группировка сомножителей, например:

25 X 79 X 4 = (25 X 4) X 79 = 100 X 79 = 7900.

6) Округление одного из сомножителей путём увеличения его на 1, например:

35 X 9 = 35 X 10 — 35 = 315;

28 X 19 = 28 X 20—28 = 532.

в) Округление одного из сомножителей путём увеличения его в несколько раз, например:

76 X 5= 76 X 10 : 2= 760 : 2 = 380, или

(76 : 2) X 10 = 38 X 10 = 380;

68 X 50 = 68 X 100 : 2 = 3400, или

(68 : 2) X 100 = 3400;

36 X 25 = 36 X 100 : 4 = 3600 : 4 = 900, или

(36 : 4) X 100 = 9 X 100 = 900.

г) Разложение одного из данных чисел на множители и последовательное умножение на эти множители, например:

35 X 12 = 35 X (2 X 6) = 35 X 2 X 6 = 70 X 6 = 420.

Приёмы устного деления.

а) Округление делителя путём увеличения его в несколько раз, например:

720 : 5 = 720 : 10 X 2 = 72 X 2 = 144.

6) Округление делимого путём увеличения его на несколько единиц, например:

784 : 8 = (800 — 16) : 8 = 800 : 8 — 16:8 = 100 —2 = 98

в) Разложение делителя на множители и последовательное деление делимого на эти множители, например:

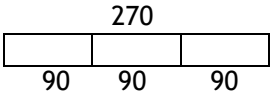
540 : 45 = 540 : (9 X 5) = 540 : 9 : 5 = 60 : 5 = 12.

Более лёгкие из указанных выше приёмов устных вычислений вводятся в III классе, остальные в IV.

Для того чтобы облегчить учащимся усвоение вновь вводимого приёма устного счёта, иногда полезно дать объяснение его на задачах. Так, при объяснении приёма округления сомножителя путём увеличения его на несколько единиц можно взять задачу:

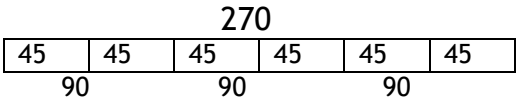
«Один метр ткани стоит 35 руб. Сколько нужно уплатить за 9 метров такой ткани?»

При устном умножении 35 руб. на 9 мы для более лёгкого выполнения действия умножаем 35 руб. на 10, как бы узнавая, сколько стоят 10 метров такой ткани, затем из полученного результата (350 руб.) вычитаем излишне взятые 35 руб. Получается 315 руб.



Лучшему усвоению нового приёма может способствовать также применение графических иллюстраций. Возьмём приём последовательного деления. Пусть требуется разделить 270 на 6 Разложив делитель 6 на 3 X 2, делим 270 сперва на 3, при этом иллюстрируем действие так, как указано на рисунке.

Так же иллюстрируется деление 270 на 6.



При объяснении некоторых из указанных выше приёмов устных вычислений полезно опираться на изученную детьми зависимость между данными и результатами соответствующего действия.

Занятия устным счётом должны включать решение не только приме- ров, но и задач.

При письменном решении задач ученику приходится затрачивать сравнительно много умственной энергии на выполнение вычислений, в силу чего он иногда недостаточно вникает в способ её решения. Другое дело—устное решение задачи, в которой вычисления обычно несложны, так что ученик может почти полностью отдаться осмысливанию хода её решения.

Следует также отметить, что устное решение задачи отнимает значительно меньше времени по сравнению с её письменным решением. Благодаря этому можно за один и тот же отрезок времени устно решить значительно больше задач, чем письменно.

Для того чтобы устное решение давало максимальный эффект, следует подбирать задачи так, чтобы в одних случаях они служили подготовке учащихся к письменному решению аналогичных задач, а в других—способствовали закреплению навыков и умений детей в решении ранее встречавшихся видов задач.

Занятия устным счётом должны, по возможности, проводиться в начале каждого урока. Следует, кроме того, добиваться, чтобы в течение всего урока учащиеся III и IV классов производили в уме все вычисления, которые можно выполнять устно. В задачах, решаемых даже в IV классе, нередко встречаются небольшие числовые данные, действия над которыми могут легко выполняться устно.

Пусть в задаче, решаемой в **IV** классе, требуется среди других вопросов узнать стоимость 6 метров ткани, один метр которой стоит 28 руб. 75 коп. На первый взгляд может показаться, что это действие слишком трудно для устного выполнения. Между тем. при округлении множимого устное умножение 28 руб. 75 коп. на 6 не представляет особых затруднений. В самом деле, умножив 30 руб. на 6, получаем 180 руб. Но мы взяли лишних 6 раз по 1 руб. 25 коп., что составляет 7 руб. 50 коп. Отняв 7 руб. 50 коп. от 180 руб., получаем 172 руб. 50 коп.

Учащиеся **III—IV** классов должны выполнять возможно больше устных операций не только при письменном решении задач, но и при письменном решении примеров. Возьмём для примера деление многозначных чисел. В случае деления на однозначное число необходимо, чтобы учащиеся IV класса устно выполняли все вспомогательные вычисления, записывая вначале только частное и остатки, а затем даже только частное. Подобную запись можно в ряде случаев применять и при делении на некоторые двузначные и многозначные делители (например, при делении на 12, 30, 300 и др.). Ряд вычислений можно выполнять устно при раздроблении и превращении именованных чисел, при действиях с дробями ит. д.

Во время занятий устным счётом учитель чаще всего диктует задания так, что дети вынуждены воспринимать числовые данные на слух. Эта форма заданий имеет несомненные достоинства, способствуя развитию внимания и памяти учащихся, так как на практике приходится чаще всего вести устный счёт над числами, воспринимаемыми на слух.

Нельзя, однако, злоупотреблять этой формой заданий, так как она требует от учащихся большого умственного напряжения, а потому сравнительно быстро утомляет их. Наряду с заданиями, требующими от учащихся слухового восприятия числовых данных, следует иногда давать детям возможность воспринимать эти данные также зрением. Последняя форма заданий уместна тогда, когда от учащихся требуется выполнение действий над числами, которые трудно удержать в памяти.

Запись числовых данных можно иногда заменять показом их на таблице для устного счёта или использовать ряды цифр, которые состоят из 10 вертикальных полос, на каждой из которых крупным шрифтом напечатано 10 цифр[1].

Для того чтобы учащиеся **III** и **IV** классов совершенствовали свои навыки в устном счёте, полезно включать соответствующие упражнения в домашние задания.

Для задания на дом могут быть использованы упражнения из разделов «Устные примеры и задачи», помещённых в задачниках для **III** и **IV** классов. Можно также задавать учащимся такие упражнения: «Написать, на какие числа делится без остатка число 30? число 31? число 32? число 33? число 34?» (учащиеся это задание должны выполнять примерно так: 30 делится на 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; 31 делится на 1 и на 31 и т. д.). «Написать все числа до 100, которые делятся на 13 без остатка». «Разделить число 45 на каждое из чисел первого десятка (на числа от до 10)». «Разделить число 70 на каждое из чисел второго десятка (на числа от 11 до 20)» и др.

[1] См. Г. Б. Поляк, Таблица для счёта. Ряды цифр, М. 1945.

Занятия устным счётом обычно проводятся в форме фронтального опроса учащихся. Эта форма опроса, при которой учитель каждый раз адресует свои вопросы всему классу и затем опрашивает некоторых учащихся, способствует. активизации внимания класса. Но такой опрос не даёт возможности выявить в достаточной мере счётные навыки отдельных учеников. В результате ответы учащихся во время занятий устным счётом оцениваются весьма редко. Таким образом, учёт знаний учащихся как фактор повышения успеваемости используется здесь явно недостаточно.

Для того чтобы учёт успеваемости способствовал развитию навыков учащихся в устном счёте, следует наряду с фронтальным опросом практиковать индивидуальный опрос отдельных учеников так, чтобы после фронтальных занятий устным счётом учитель, по возможности, ежедневно более обстоятельно опрашивал 1—2 учеников, задавая каждому из них несколько вопросов и оценивая соответствующим образом их ответы.

В отличие от фронтального опроса, при котором отдельному ученику обычно приходится отвечать на один какой-либо вопрос, при индивидуальном опросе вызванный ученик должен ответить на несколько вопросов учителя. Поэтому у учителя имеется больше основания для оценки его знаний. Учёт навыков учащихся может также проводиться при проверке упражнений в устном счёте, включённых в домашние задания. Рациональная организация занятий устным счётом может обеспечить существенное улучшение знаний учащихся в данной области, может способствовать повышению культуры устного счёта в школе.

НУМЕРАЦИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Задача обучения нумерации заключается в том, чтобы научить детей читать и писать многозначные числа. Но эти умения и навыки опираются на ряд понятий, связанных с особенностями десятичной системы счисления: на понятия о разрядах и классах, о записи бесконечного ряда чисел при помощи 10 цифр, о названии чисел с помощью небольшого количества слов, на поместный принцип и др. При изучении нумерации эти понятия формируются, и таким образом дети подводятся к пониманию основ десятичной системы счисления, к пониманию структуры и состава натурального числа.

Различают **устную и письменную** нумерации. Задача устной нумерации—показать учащимся, как единицы множества группируются в десятичные, а затем и в тысячные группы, как образуются числа из этих десятичных групп, как составляется название чисел и как ведётся счёт единицами и группами единиц. Задача изучения **письменной** нумерации состоит в том, чтобы на основе понятия о поместном значении цифр научить ребёнка записать любое число и прочитать записанное число.

Таким образом, каждый из двух видов нумерации имеет свои задачи и своё содержание. Сначала изучается устная нумерация, потом письменная. При концентрическом изучении нумерации чисел любой величины в каждом концентре соблюдается такой же порядок.

Трудности изучения состава числа, чтения и записи чисел, а также их преобразования увеличиваются по мере увеличения значности числа

И усложнения его структуры. Чтобы облегчить эти трудности, нумерацию можно изучать концентрами, а именно: сначала изучить устную и письменную нумерацию чисел второго класса — класса тысяч, затем изучить устную и письменную нумерацию чисел класса миллионов и, наконец,—класса миллиардов.

В качестве наглядных пособий при изучении нумерации многозначных чисел должны быть использованы классные счёты, абаки (классный и индивидуальный) и нумерационная таблица. Для того чтобы резче выделялись классы, на классных счётах полезно вынуть четвёртую и восьмую проволоки; кроме того, на левой планке полезно сделать надписи: «класс единиц» против первых трёх проволок, «класс тысяч» против 4-Й, 5-й и 6-й проволок и «класс миллионов» против 7-Й, 8-Й и 9-й проволок. Обучение нумерации многозначных чисел можно провести в III классе по следующему плану.

Устная и письменная нумерация шестизначных чисел (в пределе миллиона)

Знакомство со счётными единицами. Насчитав на классных счётах на первой проволоке единицами 10 **единиц**, дети заменяют их **одним десятком** на второй проволоке. Дальше считают десятками и, насчитав 10 **десятков**, заменяют их одной сотней на третьей проволоке. Дальше считают сотнями и, насчитав 10 **сотен**, заменяют их **одной тысячей** на четвёртой проволоке.

Так поступают до 1 миллиона.

По получении каждой новой счётной единицы учитель записывает её название на классной доске; в результате получается следующая таблица:

10 единиц	составляют	1 десяток
10 десятков	»	1 сотню
10 сотен	»	1 тысячу
10 тысяч	»	1 десяток тысяч
10 дес. тысяч	»	1 сотню тысяч
10 сот. тысяч	»	1 тысячу тысяч, или 1 миллион.

Составление этой таблицы и её усвоение имеет большое значение: дети усваивают название счётных единиц (разрядов), порядок их расположения, единичное **отношение** двух смежных разрядов, условное **изображение** счётных единиц на счётах. Число 10 как основа десятичной системы счисления выступает здесь отчётливо. Эту таблицу учащиеся переписывают в свои тетради, несколько раз прочитывают и дома заучивают.

Составление многозначных чисел и разложение их на десятичные группы. На этом этапе занятий дети научаются **составлять и называть** числа, составленные из различных счётных единиц. Для облегчения этой задачи следует, во-первых, использовать в этой работе **классные счёты** (называя счётные единицы, из которых составляется число, нужно в то же время откладывать их на классных счётах; это помогает ученику помнить названные учителем разряды) и, во-вторых, давать разрядные числа сначала только одного какого-либо класса, а потом двух классов. Первые задания могут быть примерно таковыми: «Какое число получится, если взять 3 сотни тысяч и 9 десятка тысяч? Какое число

составит 7 сотен тысяч и 9 тысяч? 1 сотня тысяч и 1 десяток тысяч и 8 тысяч?»

Вслед за **составлением** чисел из данных разрядных единиц идут упражнения в обратной операции—в **разложении** данного числа на разрядные слагаемые. «645 тысяч—сколько в этом числе отдельно сотен тысяч, десятков тысяч и единиц тысяч?» «480 тысяч—сколько в этом числе сотен тысяч и десятков тысяч? Отложите это число на счётах!» Более сложное задание этого рода: «Назовите, из каких счётных единиц составлено число 215 тысяч 102 (единицы). Отложите это число на классных счётах!»

Понятие о разрядах. Термин «разряд» вводится следующим образом: «Счётных единиц много; чтобы в них не ошибаться, каждую из них обозначают своим номером или разрядом, и каждая из них при записи чисел занимает своё место». И далее даются общеизвестные определения: «Простые единицы называются единицами 1-го разряда; откладываются они на классных счётах на **первой** проволоке снизу; пишутся они на **первом** месте справа. Десятки называются единицами 2-го разряда; откладываются они на **второй** проволоке; пишутся они на **втором** месте справа». И так до 7-го разряда. Ученики вслед за учителем повторяют определения. В заключение учитель вычерчивает на классной доске **разрядную таблицу.**

Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы
6	5	4	3	2	1

Поясняя эту таблицу, учитель устанавливает связь её с той таблицей, которую ученики уже знают (см. стр. 453), здесь те же счётные единицы только в той таблице они расположены столбиком, а здесь в длинный ряд. Каждый разряд имеет свой номер: единицы—1-й разряд, десятки—2-й разряд, сотни—3-й разряд и т. д. Дети несколько раз читают эту таблицу и перечерчивают её в свои тетради.

По таблице проводятся упражнения для запоминания места каждого разряда. Этому способствуют вопросы троякого рода:

1. «На котором месте справа стоят простые единицы? тысячи? десятки тысяч? сотни? сотни тысяч?» и т. д.

2. «Какие разрядные единицы стоят на третьем месте справа? на шестом месте? на четвёртом месте? на пятом месте?» и т. д.

3. «На третьем месте от правой руки стоит цифра 8; какое число она означает? На шестом месте поставлена цифра 5; какое число она означает?» и т. д.

Таблица разрядов даётся учащимся на дом для заучивания названий разрядных единиц в их естественной последовательности и для твёрдого усвоения места каждого разряда.

Понятие о классах. На предыдущих занятиях дети усвоили состав числа из **десятичных** групп (разрядов). Теперь им нужно дать понятие о **тысячной** группировке единиц множества, о **классе**.

Отправным моментом может служить чтение чисел, откладываемых на классных счётах.

Учитель откладывает на счётах:

На 3-й проволоке—3 шарика
на 2-й » —8 шариков
на 1-й » —5 шариков

«Какое число отложено?»—«385». Учитель добавляет слово «единиц» и записывает на классной доске: «385 единиц».

«Сколько в этом числе сотен единиц? десятков единиц? простых единиц? Значит,—поясняет учитель,—здесь ведётся счёт **единицами».**

Далее учитель откладывает:

На 6-й проволоке—3 шарика
на 5-й » 8 шариков
на 4-й » 5 шариков

«Какое число здесь отложено?»—«385 **тысяч**».

Учитель записывает это число на классной доске, подчёркивая слово «тысяч». «Сколько в этом числе сотен тысяч? десятков тысяч? единиц тысяч? Значит, —поясняет учитель,—здесь ведётся счёт **тысячами**».

Таким образом, на классной доске получается запись:

385 единиц
385 тысяч

Обращаясь к этой записи, учитель говорит: «Счёт можно вести единицами, составляя из них десятки единиц и сотни единиц; так можно считать до 999 единиц. Но счёт можно вести **и тысячами**, составляя из них **десятки** тысяч и **сотни** тысяч; так можно считать до 999 тысяч.

При счёте единицами получаются 3 разряда: **простые** единицы, десятки единиц и **сотни** единиц.

Эти 3 разряда и составляют класс **единиц**. Это— первый класс.

При счёте **тысячами** получаются тоже 3 разряда: **единицы тысяч, десятки** тысяч, **сотни** тысяч. Эти три разряда, занимающие 4-е, 5-е и 6-е места, составляют **класс тысяч**. Это—второй класс».

Затем учитель чертит на классной доске разрядную таблицу и над первыми тремя разрядами чертит графу (прямоугольник), в которой пишет «1-й класс—класс единиц». На классных счётах на левой стороне рамы против первых трёх проволок прикрепляется бумажная полоска с надписью «1-й класс».

Далее учитель предлагает ученикам назвать следующие по порядку три разряда и устанавливает, что здесь ведётся счёт тысячами от до 999 тысяч. «Тысячи называются единицами второго класса. Значит, 2-й класс—это класс тысяч. В него входят 3 разряда: 4-й, 5-й и 6-й. Обозначим это на нашей таблице». Над 4-м, 5-м и 6-м разрядами появляется объединяющая их графа с надписью «2-й класс— класс тысяч». На классных счётах против 4-й, 5-й, 6-й проволок сбоку прикрепляется бумажная полоска с надписью «2-й класс».

2-й класс—класс тысяч			1-й класс—класс единиц		
сотни тысяч	десятки тысяч	единицы тысяч	сотни	десятки	единицы
6	5	4	3	2	1

На основе этой таблицы учащиеся усваивают название классов, их порядок, какие разряды входят в каждый класс.

На этой же таблице проводятся упражнения в записи и в чтении чисел. Сначала читаются и записываются числа **одного** какого-либо класса (658 тысяч; 325 единиц), а затем числа **двух** классов. Затем анализируется состав числа по слуху; называется, например, число 306 тысяч 517 единиц. Учитель спрашивает, какие тут классы даны, какие разряды есть и в каких разрядах единиц нет. Затем вывешиваются печатная нумерационная таблица с приспособлением для вставки разрезных цифр и классный абак; учащиеся по заданию учителя упражняются в изображении различных чисел. На дом даётся задание начертить (пользуясь учебником) нумерационную таблицу и усвоить то, что было изучено в классе о разрядах и классах.

Обучение записи и чтению многозначных чисел.

Это основной вопрос изучения нумерации многозначных чисел. Вся предыдущая работа имела своей главной задачей подготовить детей к осмысленной записи и чтению многозначных чисел, создать основу-для успешного формирования этого навыка. Работа включает следующие два этапа:

1-й этап. Запись круглых чисел класса тысяч, например: 485000; 508000; 700000; 420000.

Перед тем как записать число, производится его анализ, по слуху устанавливается, из единиц какого класса оно составлено, какого класса нет; число это откладывается на счётах и после этого записывается на доске и в тетрадях. При записи числа 485 тысяч учитель ставит вопрос: «На каких местах должны стоять цифры 4, 8, 5, чтобы они обозначали тысячи?» (Ответ —на 4-м, 5-м и 6-м.) «Чем же занять первое, второе и третье место?» (Нулями.) Появляется

запись: 485 000. «На что указывают здесь нули?» (Ответ: на то, что здесь нет единиц первого класса—первого, второго и третьего разрядов.) «Сравните записи чисел «485» (единиц) и «485000» и скажите, какая разница в записи этих чисел?» (Разница в том, что к числу тысяч (485) приписаны 3 нуля.)

На основании разобранных таким образом примеров (не менее трёх) делается вывод: «Чтобы записать число, составленное из тысяч, пишут сперва число тысяч, а затем приписывают к нему справа три нуля». Сообщается второе правило: «Для того чтобы легче было писать и читать большие числа, надо при их записи отделять класс от класса небольшими промежутками».

Вслед за этим идут упражнения в чтении чисел, состоящих из круглых тысяч, например: 28000, 106000, 900000, 530000, 725000 и т. д. Чтение первых примеров сопровождается объяснением, почему именно так нужно прочитать данное число. Отвечая на этот вопрос, ученик говорит: «2 стоит на 5-м месте и обозначает 2 десятка тысяч, 8 — на 4-м месте и обозначает 8 тысяч, а всего 28 тысяч».

2-й этап. Запись и чтение любых многозначных чисел, состоящих из двух классов—класса тысяч и класса единиц. Перед упражнениями в записи многозначных чисел учащиеся повторяют следующие основные положения письменной нумерации:

1. Записывая число, единицы ставят на 1-м месте справа, десятки—на 2-м, сотни—на 3-м, тысячи—на 4-м и т. д.

2. Одна и та же цифра может изображать число единиц любого разряда в зависимости от места, которое она занимает.

При произношении числа мы говорим названия его классов. Например, называя число 495382, мы ясно слышим **тысячи, единицы:** 495 тысяч 382 единицы. Нужно обратить внимание детей на это обстоятельство и приучить их к тому, чтобы они, записывая число, разлагали его на классы и записывали каждый класс, начиная с высшего. Диктуя число, надо делать небольшую остановку после названия класса и следить за тем, чтобы класс от класса ученики отделяли небольшим промежутком. Вслед за записью идут упражнения в **чтении** чисел. Перед тем как прочитать написанное число, его разбивают на классы, начиная с первого. Для упражнения в чтении чисел нужно давать числа, записанные **без промежутков** между классами с тем, чтобы поставить учеников перед необходимостью разбивать число на классы; ученики отделяют **класс** от класса штрихом, поставленным сверху. Например: $604'753$.

Для того чтобы выработать у детей навык быстро и правильно разбивать числа на классы, необходимо проделать больше таких упражнений. На этом этапе изучения нумерации внимание учащихся обращается также и на то, что иногда в числах единицы некоторых разрядов могут отсутствовать. Места таких разрядов должны быть заняты нулями. Например, в числе 25 тысяч 35 единиц отсутствуют сотни. На месте разряда сотен ставится нуль и число это записывается так: 25035.

В числе «четыреста тысяч сто восемьдесят пять» отсутствуют десятки тысяч и тысячи; на месте этих разрядов ставят нули: 400185.

Наибольшую трудность представляет запись таких чисел, в которых один класс оканчивается, а другой

начинается нулями, например: 50048; 800020 и т. д. На записи таких чисел нужно остановиться подольше.

Устная и письменная нумерация в пределе миллиарда

Изучение нумерации в этом пределе ведётся по тому же плану, по какому шло изучение нумерации шестизначных чисел, а именно:

1) знакомство с новыми разрядными единицами: миллион, десяток миллионов, сотня миллионов;

2) составление чисел из различных разрядных единиц и название их;

3) разложение данного числа на разрядные числа;

4) счёт тысячами и миллионами: 990 тысяч— прибавьте к этому числу 5 тысяч, к полученной сумме снова 5 тысяч и т. д. (990 тыс., 995 тыс.; 1000 тыс., или 1 миллион; 1 миллион 5 тыс., 1 мил. 10 тыс. ит. д.); к 96 тысячам присчитывайте по одной тысяче (96 тыс., 97 тыс., 98 тыс., 99 тыс., 100 тыс., 101 тыс., 102 тыс. и т. д.);

5) составление разрядной таблицы и запоминание места каждого разряда.

Сотни млн.	Десятки млн	Единицы млн.	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы
9	8	7	6	5	4	3	2	1

6) составление таблицы классов:

3-й класс—миллионы			2-й класс — тысячи			1-й класс — единицы		
Сотни млн.	Десятки млн	Единицы млн.	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы
9	8	7	6	5	4	3	2	1
5 8	3 9	6 1	4 5	8 2	2 8			

7) запись и чтение многозначных чисел в пределе класса миллионов:

а) запись и чтение чисел, состоящих из круглых миллионов;

565 миллионов, 308 миллионов, 720 миллионов
565 000 000 308 000 000 720 000 000

6) запись и чтение любых девятизначных чисел со всеми значащими цифрами;

в) запись и чтение чисел с отсутствующими классами и отсутствующими единицами некоторых разрядов.

Перед тем как приступить к упражнениям в записи таких чисел, ученики повторяют следующие положения:

1. Класс объединяет 3 разряда, поэтому в каждом классе должно быть 3 цифры, но в высшем классе может быть и одна, и две цифры.

2. Иногда в числах отсутствуют единицы некоторых разрядов. Места таких разрядов должны быть заняты нулями. Если же «пустует» целый класс, то его место заполняется тремя нулями. Пример чисел с отсутствующими разрядами: 600 800 200; 504 308 705; 8 088 008; 70 060 060; 30 100 050 и т. д.

Упражнения в записи чисел сопровождаются упражнениями в чтении чисел с отсутствующими классами и разрядами.

Для того чтобы создать у детей правильное и более или менее конкретное представление о больших числах, нужно привести несколько примеров, характеризующих величину больших чисел, например одного миллиона. «Может ли человек прожить миллион часов? Какое расстояние займут миллион человек, если их выстроить в одну шеренгу, поставив на протяжении одного метра 2-х

человек? Сколько времени потребовалось бы, чтобы записать миллион букв, если на написание одной буквы требуется одна секунда?»

Весьма желательно, чтобы учитель продемонстрировал перед учащимися лист миллиметровой бумаги размером 1 м Х 1 м. На этом листе дети «увидят» миллион (миллион миллиметровых клеточек).

Показ листа и ответы на приведённые выше вопросы заставят усиленно работать детское воображение и создадут предпосылки для правильного отношения детей к величине больших чисел.

Разложение чисел на разрядные слагаемые.

Упражняясь в разложении чисел на разрядные слагаемые, ученики научатся правильно понимать значение каждой цифры числа. Задание можно давать в следующей форме: «Разложите число на разрядные слагаемые» или «Представьте данное число в виде суммы разрядных чисел». Перед тем, как приступить к записи слагаемых, анализируется состав данного числа из разрядов. Пусть дано разложить число 6 025 380. Приступая к операции разложения, ученик указывает, что данное число состоит из 6 млн. 25 тысяч 380 единиц. В классе миллионов имеются только единицы миллионов; в классе тысяч имеются десятки и единицы тысяч, в классе единиц — сотни и десятки. Значит, 6 025 380 = 6 000 000 + 20 000 + 5 000 + 300 + 80.

Не менышее значение для понимания состава числа имеет и обратная операция: запись числа, данного в виде суммы разрядных слагаемых, по

правилам нумерации. Например: 400 000 + 9 000 + 30 + 8 = 409 038.

Хорошей разновидностью упражнений этого типа являются упражнения в записи **цифрам** и таких чисел, в которых название классов записано словами, например: 60 млн. 50 тыс. = 60 050 000.

Упражнение в счёте Упражнение в счёте единицами целесообразно поставить в конце данной темы. Счёт единицами в пределе больших чисел громоздок и многословен; ребёнку трудно удерживать в уме большое количество слов, получаемых при счёте. Чтобы облегчить такой счёт, нужно соединить его с фиксацией чисел, с записью результатов счёта. А это возможно после того, как пройдена письменная нумерация.

Счёт единицами полезно проводить только на тех участках натурального ряда, где происходит переход из одного разряда в другой, или из одного класса в другой.

«99 997—считайте дальше, присчитывая по единице».

«99 990—считайте дальше, присчитывая по пятёрке, и записывайте получаемые числа».

«999 998—считайте дальше единицами; присчитайте всего 4 единицы и записывайте получаемые числа».

Ученики считают про себя и записывают: 999 998, 999 999, 1 000 000, 1000 001.

«Назовите число, которое на 2 единицы меньше 1 миллиона; назовите число, которое на 3 единицы меньше 100 тысяч» и т. д.

Увеличение и уменьшение числа в 10, 100, 1000 раз. Увеличение и уменьшение числа в 10, 100 и 1000 раз путём приписывания и отбрасывания нулей

справа помогает уяснению в десятичной нумерации принципа поместного значения цифры. Это потребуется при изучении раздробления и превращения разрядных единиц числа.

Объяснение этого вопроса проводится в следующем порядке: а) к данному числу приписывается справа один нуль; 6) полученное число сравнивается с данным и устанавливается, что оно увеличилось в 10 раз; в) выясняется, что от приписывания одного нуля число увеличивается в 10 раз потому, что после приписывания нуля каждая цифра переместилась влево на одно место; г) выводится правило: «Чтобы увеличить число в 10 раз, достаточно приписать к нему справа один нуль».

Таким же способом выясняется, что при приписывании к числу справа двух нулей каждая цифра перемещается влево на два места и получает значение в 100 раз большее; при приписывании трёх нулей каждая цифра перемещается влево на три места и получает значение в 1 000 раз большее.

Обратная операция—уменьшение числа в 10, 100 раз и т. д., объясняется при помощи аналогичных методических приёмов: 1) отбрасывание нулей, 2) сравнивание полученного и данного числа, 3) выяснение причины уменьшения числа и 4) вывод правила (как уменьшить число в 10, 100, 1000 раз).

Преобразование состава числа. Каждое данное число ученик должен уметь представить в различных сочетаниях его частей (например: 35 675—это 356 сотен + 75 единиц; это 3 567 десятков + 5 единиц; это 35 тысяч + 675 единиц и т. д.). Это умение окажет ученику неоценимую услугу, когда он подойдёт к изучению умножения и деления, в особенности

деления, которое невозможно без разложения делимого на его части.

Преобразование числа сводится к двум операциям —раздроблению и превращению одних разрядных чисел в другие.

Раздробление состоит в том, что данное число десятков, сотен, тысяч и т. д. выражают в единицах.

Превращение, наоборот, состоит в том, что данное число единиц преобразуют в более крупные разрядные единицы—в десятки, сотни, тысячи и т. д.

Раздробление. Дано 45 десятков. Раздробим это число в единицы. Сколько единиц в 45 десятках? 10 дес.—100 единиц, 40 дес.—400 единиц да в 5 десятках —50 единиц, а всего 450 единиц. Значит, 45 дес. = 450.

Так же установим, что 32 сотни = 3 200; 564 сот. = 56 400.

Превращение. Дано число 700. Выразим это число в десятках, иначе говоря, узнаем, сколько десятков в 700, или в 7 сотнях? В одной сотне 10 десятков. В 7 сотнях — 70 десятков. Значит, 700 = 70 десяткам. В числе 900 — 90 десятков. Значит, чтобы узнать, сколько десятков В числе 720, отбросим нуль, получится 72. Итак, 720 = 72 дес.; 930 = 93 дес.; 6 840 = 684 дес. и т. д.

Так же покажем, что 200 — это 2 сотни; 600 — это 6 сотен; 1 500 — это 15 сотен. Значит, 8 600 = 36 сотням; 8 900 = 89 сотням; 14600 = 146 сотням.

Но сколько десятков будет в числе, которое оканчивается не нулём, а какой-либо значащей цифрой? Например, сколько всего десятков будет в числах 75? 456? 1 238? 25 815?

Ясно, что десятков не будет только в разряде единиц. Во всех остальных разрядах десятки есть.

Единицы отбрасываем, а всё остальное число и будет числом десятков. Поэтому 75 = 7 дес. + 5 ед.; 456 = 45 дес. + бед.; 1 238 = 123 дес. + 8 ед.

Сколько **всего сотен** в числах: 638? 3 149? 63714? Сотен нет только в единицах и десятках: они меньше сотни. А во всех других разрядах сотни есть. Поэтому, отбросив в числе его единицы и десятки, мы получим число сотен. Так: 638 составляют 6 сотен + 38 ед.; 3 649 = 36 сотен + 49 ед.; 63 714 = 637 сотен + 14 единиц.

Так же выделяются в числах все тысячи и другие разрядные единицы.

Устная и письменная нумерация чисел класса миллиардов

Этот раздел нумерации изучается в IV классе. Изучение происходит так же, как изучение нумерации в пределе класса тысяч и класса миллионов.

В результате изучения нумерации многозначных чисел в III и IV классах учащиеся должны получить следующие знания:

Простые единицы при счёте группируются в составные счётные единицы—десятки, сотни, тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч, миллионы и т. д, которыми считают так же, как и единицами.

Каждая счётная единица составляет особый разряд и при записи занимает строго определённое место.

Разряды группируются в классы—по 3 разряда в каждом классе.

Каждая составная счётная единица высшего разряда содержит в себе 10 единиц следующего низшего разряда; поэтому наша система счисления называется десятичной.

Для записи чисел существует 10 цифр—девять значащих и десятая—нуль, который ставится на месте отсутствующих единиц в разряде.

Одна и та же цифра может изображать число единиц любого разряда в зависимости от того, на каком месте она стоит.

Большие числа интересуют и увлекают детей. От учителя они узнают, что ряд чисел бесконечен; нет самого большого числа. К любому числу, как бы велико оно ни было, можно прибавить ещё одну единицу, и получится ещё большее число. И эти большие числа записываются по тем же правилам нумерации, как и числа, обозначающие миллионы и миллиарды.

Учитель поступит правильно, если он напишет и прочитает несколько больших многозначных чисел, выходящих за рамки 12-злачных чисел.

Возьмём, например, 15-знатное число 209 318 427 536 708.

Как прочитать это число? Разобьём его на классы, получится 5 классов. Пятому классу дано название триллионов. Читаем: 209 триллионов 318 миллиардов 427 миллионов 536 тысяч 708 единиц.

Возьмём 18-злачное число 912 803 734 645 701 856, прочитаем его: 912 квадриллионов 803 триллиона 734 миллиарда 645 миллионов 701 тысяча 856 единиц.

На таких примерах дети сильнее почувствуют закономерность построения десятичной системы

счисления и возможность бесконечного продолжения той системы, часть которой они изучили.

ПИСЬМЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В III И IV КЛАССАХ

Одной из главных задач преподавания арифметики в начальных классах школы является обучение детей письменным вычислениям. Письменные вычисления—это необходимая составная часть математической грамоты. Наряду с решением задач они составляют главное содержание программы III класса. Кроме того, письменные вычисления имеются также в программе IV класса, где они повторяются.

Ученик, оканчивающий IV класс, должен хорошо владеть навыками письменных вычислений.

Каждое вычисление в целом и каждую вычислительную операцию в отдельности он должен выполнять сознательно. Правила должны быть для ученика понятными и обоснованным.

Письменные вычисления всегда должны приводить к **правильным, безошибочным** результатам. Ошибки в вычислениях нетерпимы в такой же мере, как орфографические ошибки в письме.

Навыки письменных вычислений должны быть **твёрдыми, устойчивыми**. Раз приобретённые, они не должны утрачиваться. Навык, скоро утрачиваемый,— неполноценный навык.

Письменные вычисления должны выполняться не только правильно, но и **достаточно быстро, уверенно.** Вычисления, производимые медленно и сбивчиво, свидетельствуют о незрелости навыка, о недостаточной работе над его развитием и закреплением.

Письменные вычисления всегда должны выполняться **рациональными способами**, т. е. такими, при которых вычисления не содержат в себе ничего лишнего, выполняются с минимальной затратой времени и на основании разумно используемых законов арифметических действий, лежащих в основе вычислительных приёмов.

Записи вычислений должны быть кратки, удобны, легко обозримы. Располагать их на странице тетради надо в определённом **порядке и симметрично.**

Обстоятельное объяснение правила письменного выполнения каждого арифметического действия достигается путём: а) умелого расчленения сложного навыка на его составные элементы—на отдельные «случаи», 6) расположения этих случаев в порядке их постепенного усложнения, в} выделения в каждом новом случае **особенного,** единичного, г) подчёркивания элементов **сходства** нового случая с ранее изученными и д) применения наглядности. При помощи **рассуждений,** сопутствующих вычислениям, обосновывается каждая операция в отдельности и правило в целом. Ясному пониманию механизма письменных вычислений способствует применение в объяснении аналитического приёма (см. примеры на стр. 466), при котором сложное целое расчленяется на его составные элементы. Общепринятые, стандартные формы записи вычислений в некоторых

случаях вводятся не сразу, а постепенно, через промежуточные формы.

Первые упражнения в навыке, направленные на углубление понимания вычислительных операций, выполняются учеником с подробными рассуждениями при непосредственной помощи учителя. В последующих упражнениях, направленных на автоматизацию навыка, происходит постепенный переход: а) от подробных рассуждений к кратким, схематичным, с допущением в языке принятых условностей; б) от упражнений с прямой помощью учителя к вполне самостоятельным упражнениям; в) от лёгких примеров к трудным; г) от медленных темпов в вычислениях к более скорым. Упражнения проводятся на таком количестве примеров, которое обеспечивает получение навыка, отвечающего указанным выше требованиям Объективным показателем достаточности или недостаточности упражнений являются результаты письменной контрольной работы. Допущенные в контрольной работе ошибки регистрируются и классифицируются, устанавливаются их причины, и вслед за этим ведётся работа над их ликвидацией. Если причина ошибок кроется в недостаточно ясном понимании вычислительной операции, даётся объяснение, углубляющее это понимание; если же она лежит в нетвёрдом навыке, даются дополнительные упражнения тренировочного характера.

Закрепление полученного навыка производится при помощи систематического повторения, причём большое внимание уделяется трудным вычислительным операциям.

Сложение многозначных чисел

Изучение техники письменного сложения должно быть соединено с расширением понятия об этом арифметическом действии. Поэтому ознакомление с письменным сложением начинается с объяснения терминов **слагаемые и сумма**. Эти термины вводятся в речь ученика и благодаря их постоянному употреблению закрепляются.

Письменное сложение производится по определённому правилу. Соблюдение этого правила имеет большое практическое значение: вычислительный труд при этом облегчается и вероятность ошибок уменьшается. Поэтому при объяснении механизма письменного сложения внимание учащихся сосредоточивается на элементах этого правила, и от учащихся требуется точное его выполнение.

В упражнениях учащимся предлагаются различные варианты примеров: без перехода и с переходом через разряды, без нулей и с нулями в слагаемых, с меньшим и большим количеством цифр и слагаемых, с большим числом цифр сначала в первом слагаемом, потом во втором и т. д. Чем разнообразнее варианты, тем глубже понимается учащимися единый принцип их решения.

Особое внимание уделяется решению примеров с тремя, четырьмя и пятью слагаемыми. На этих примерах закрепляются навыки не только письменного сложения многозначных чисел, но и устного сложения однозначных и двузначных чисел с однозначными.

Сначала решаются примеры, в которых слагаемые уже расположены столбиком, а потом предлагаются такие примеры, в которых слагаемые записаны в строчку, и учащимся приходится самим записывать их для вычисления столбиком.

Например: 48639 + 5796 + 647958 + 16078 =

48639			647958	
5796			48639	
+ 647958	или	+	16078	
16078			5796	

Подпоясывание в таких случаях слагаемых друг под другом ставит ученика перед необходимостью приводить в соответствие одноимённые разряды, а это само по себе очень полезное упражнение, закрепляющее знание состава числа.

На этих примерах учащиеся упражняются также в практическом применении **переместительного** свойства сложения.

Пояснение, которым сопровождается решение примеров на классной доске, может быть подробным и кратким. При подробном пояснении ученик **называет разряды** тех чисел, которые он складывает.

Такие пояснения требуются от ученика при первоначальных упражнениях в течение первых 2—3 уроков.

В дальнейшем дети приучаются к кратким пояснениям—к названию только результатов сложения. Например:

```
  1896
+ 3748
  4896
```

«6 да 8 = 14, 14 да 6 = 20. 0 пишу, 2 в уме. 2 да 9 = 11 да 4 = 15 да 9 = 24. 4 пишу, 2 — в уме» и т. д. Или ещё короче: «6, 14, 20. 0 пищу, 2 в уме. 2, 11, 15, 24. 4 пишу, 2 — в уме» и т. д.

Проверка сложения производится путём повторного выполнения действия, причём вычисление производится в ином порядке (снизу вверх).

Учащиеся должны научиться производить письменное сложение без ошибок. Контрольная письменная работа на сложение должна включать в себя основные случаи письменного сложения: 1) общий случай сложения (18756 + 4897); 2) случай с нулями в слагаемых (40007 + 60093); 3) сложение 3 слагаемых (38658 + 4976 + 647958).

При обработке результатов контрольной работы устанавливается характер допущенных ошибок и их причины. В зависимости от количества и характера ошибок проводятся дополнительные упражнения в целях ликвидации этих ошибок.

В IV классе навык письменного сложения **совершенствуется**. Благодаря упражнениям дети выполняют сложение более уверенно, скоро и без ошибок. В упражнениях даются примеры с большим количеством слагаемых, при решении которых учащиеся пользуются не только переместительным, но и **сочетательным** свойством сложения.

Вычитание многозначных чисел

Изучение вычитания, как и сложения, начинается в Ш классе с изучения **терминологии** этого действия: уменьшаемое, вычитаемое, остаток или разность, знак вычитания—минус. Выяснение этих терминов способствует формированию понятия вычитания как арифметического действия. Это делается на задачах. Термины записываются на классной доске и в тетрадях учащихся, запоминаются и вводятся в речь ученика на уроках арифметики. Записи придают обычно следующую форму:

6589 — уменьшаемое
− 4157 — вычитаемое
2432 — остаток, или разность

Правило письменного вычитания формулируется по аналогии с правилом письменного сложения. При объяснении решения первых примеров подчёркиваются основные моменты этого правила: строго поразрядная подпись вычитаемого под уменьшаемым и начало процесса вычитания с единиц.

На следующем этапе работы—при объяснении тех случаев вычитания, когда некоторые цифры вычитаемого больше соответствующих цифр уменьшаемого,—конкретно и последовательно объясняется процесс з**анимания** и последующего раздробления занятой единицы.

Прежде чем вычитать какое-либо число из уменьшаемого, выраженного единицей с нулями (1000—856; 1 000 000—765 472 и др.), показывается на

наглядных пособиях (на классных счётах), как такое уменьшаемое может быть преобразовано, а именно:

1000—это 9 сотен 9 десятков и 10 единиц;

1000000—9 сотен тысяч 9 десятков тысяч 9 тысяч 9 сотен 9 десятков и 10 единиц.

На отдельных примерах типа 0—8 (от нуля отнять 8) и на жизненных фактах учитель поясняет, что от нуля отнимать нельзя. На примерах типа 4—0 (от четырёх отнять нуль) поясняется, что при вычитании 0 из числа остаётся то же число. Благодаря таким разъяснениям, сделанным во-время, предупреждаются возможные ошибки и повышается степень сознательности в овладении письменным вычитанием.

При первоначальных упражнениях даются подробные пояснения, например:

$$\begin{array}{r} 4362 \\ -- \ \underline{1895} \\ 2467 \end{array}$$

«Из 2 вычесть 5 нельзя. Занимаем 1 десяток (ученик ставит над цифрой 6 точку) и раздробляем его в единицы. 10 да 2 = 12. От 12 отнять 5 будет 7. От 5 десятков отнять 9 десятков нельзя. Берём одну сотню и раздробляем её в десятки. От 15 десятков отнять 9 десятков, получится 6 десятков» и т. д.

По мере того как учащиеся овладевают навыком вычитания, они переходят во время упражнений к кратким пояснениям.

В упражнениях должны найти себе место не только простые, лёгкие случаи вычитания, но и трудные. К последним относятся случаи вычитания с нулями в уменьшаемом и те общие случаи, когда

приходится прибегать к целому ряду занимании. Примеры:

26483	1000000	100102
− 18694	− 987164	− 96278

Проверка вычитания в III классе производится путём **сложения** полученного остатка с данным вычитаемым. Такая проверка, кроме своей прямой цели—обнаружить ошибку, помогает детям уяснить зависимость между сложением и вычитанием. Проверку можно производить по сделанной записи, не переписывая примера вновь. Полезно предлагать ученикам проверять примеры с готовыми ответами: 37824—25938=12886; среди таких примеров могут быть 1—2 примера с неверными ответами. Разыскание ошибки усиливает интерес к работе.

В контрольной письменной работе должны найти место все характерные для вычитания случаи. В контрольную работу, кроме того, может быть введена проверка действия (проверь: 4623—1872=2751) и задание назвать числа в вычитании. При обработке результатов контрольной работы важно учесть решение каждого примера в отдельности.

В IV классе понятие вычитания уточняется и оформляется. Здесь рассматривается и формулируется зависимость между членами этого действия и изменение разности в зависимости от изменения уменьшаемого и вычитаемого. Навык письменного вычитания в этом классе совершенствуется, автоматизируется. Здесь должна быть достигнута полная безошибочность при решении примеров не только на общие, но и на частные случаи вычитания.

Проверка вычитания в этом классе производится не только сложением, но и вычитанием. На оснований зависимости между уменьшаемым, вычитаемым и остатком («вычитаемое равно уменьшаемому без остатка») ученик, проверяя вычитание, отнимает от уменьшаемого разность и, получая вычитаемое, убеждается в правильности вычитания.

Умножение многозначных чисел

Умножение на однозначное число. Изучение умножения начинается с установления связи умножения со сложением и с выяснения терминологии умножения: множимое, множитель, произведение, сомножители.

Эти термины всё время на протяжении данной темы должны звучать в речи детей и учителя. (Нужно помнить, что множимое пишется на первом месте, а множитель—на втором, но при чтении таблицы умножения множитель иногда называется первым; так, пример «6 Х 5 = 30» читается «пятью шесть= 30».)

Приступая к письменному умножению, нужно повторить таблицу умножения и нумерацию (разложение числа на десятичные числа и выделение из числа требуемых десятичных единиц; например: 52 сотни—это 2 сотни и 5 тысяч), так как от этого зависит успешность изучения умножения.

Приступая к объяснению письменного умножения, учитель исходит из сложения равных слагаемых.

Первые примеры на каждый случай умножения решаются с подробными пояснениями. Но в процессе упражнений подробные пояснения уступают место кратким, при которых произносятся только немногие

и самые необходимые слова. Например: «шестью девять= 54. 4 пишу, 5—в уме. Шестью восемь = 48 да 5 = 53. 3 пищу, 5—в уме» и т. д.

Перед переходом к умножению чисел с нулями в середине нужно показать, как умножается нуль на число.

0 X 4=0+0+0+0 = 0. Если взять нуль 4 раза, то и получится нуль. Нуль умножается, как и всякое другое число. Например:

```
   730406
X      4
-------
2921624
```

«Четырежды шесть = 24. 4 пишу, 2—в уме. Четырежды нуль = 0 да 2 = 2. Четырежды четыре = 16. 6 нишу, 1—в уме» и т. д.

При умножении однозначного числа на многозначное множимое умножают на каждый разряд множителя.

```
    8
X 4732
-------
37856
```

Однако такая запись неудобна, а порядок умножения непривычен. Поэтому, решив таким способом несколько примеров, нужно наказать учащимся способ перестановки сомножителей как более удобный способ умножения в тех случаях, когда множимое—однозначное число.

```
  4732
X    8
-------
37856
```

Перед этим нужно повторить переместительное свойство умножения (от перестановки сомножителей произведение не изменяется).

Умножение на единицу с нулями и на круглые числа.

1. 325 X 10 = 3250. Если умножить одну единицу на 10, получится один десяток; если же умножить 325 единиц на 10, то получим 325 десятков, или 3950.

2. 84 X 100 = 8400. От умножения одной единицы на 100 получается одна сотня; от умножения же 84 единиц на 100 получается 84 сотни, или 8400.

3. 964 X 1000 = 964 000. Одна единица, будучи умножена на 1000, даёт одну тысячу; 964 единицы, умноженные на тысячу, дадут 964 тысячи, или 964 000.

Сравним во всех этих примерах множимые и множители с произведениями и выведем правило: «Чтобы умножить число на единицу с нулями, достаточно приписать к множимому справа столько нулей, сколько их во множителе».

Умножение на единицу с нулями записывается всегда в строчку: 827 X 1000 = 827000.

Здесь же решаются на основании переместительного свойства умножения примеры, в которых множимое—единица с нулями:

100 X 76, 1000 X 485, 10 000 X 63 и т. д.

Умножение на круглые числа можно пояснить на следующих примерах:

1. 725 X 30 = (725 X 3) X 10 = 2175 X 10 = 21750. Или:

$$\begin{array}{r} 725 \\ \times\ \underline{\ \ 30} \\ 21750 \end{array}$$

2. 486 X 400 = (486 X 4) X 100 = 1944 X 100 = 194400. Или:

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times\ 400 \\ \hline 194400 \end{array}$$

Таким образом, умножение числа на круглые десятки сводится к умножению этого числа на число десятков и на 10. Умножение на круглые сотни сводится к умножению—сначала на число сотен, потом на 100 и т. д. Это правило сообщается детям не догматически, а показывается сначала на наглядном примере. «В кассе 300 пятачков. Как скорее и легче сосчитать, сколько это составит денег?» Нужно взять 300 раз по 5. Это можно сделать так: взять 100 раз по 5, ещё 100 раз по 5 и ещё 100 раз по 5. Запишем это: 5 X 300 = (5 X 100) + (5 X 100) + (5 X 100) или (5 X 100) X 3. Подсчёт можно вести и иначе: можно взять 3 пятачка и повторить их 100 раз, т. е. (5 X 3) X 100 = 1500 (коп.).

Форма записи умножения столбиком естественно вытекает из рассуждения. Учащиеся уже знают, что умножение на единицу с нулями сводится к приписыванию соответствующего числа нулей. Поэтому, чтобы умножить, например, 567 на 800, достаточно умножить 567 на 8, подин сомножитель 8 под единицами, а затем к полученному произведению приписать два нуля. Учащиеся должны давать себе ясный отчёт в том, что, приписывая два нуля, они умножают число на 100.

Полезно проделать с детьми Несколько упражнений в разложении круглых чисел:

600 = 6 X 100 300 = 3 X 100
8000 = 8 X 1000 80 = 8 X 10

Умножение на двузначное и трёхзначное число.

Умножение числа на двузначный множитель, например, числа 875 на 37, сводится к умножению данного числа сначала на 30, потом на 7 и к сложению полученных произведений. Принято умножать число прежде на **единицы** множителя, а потом на **десятки**:

```
  875
X  37
 6125
+2695
 32375
```

При такой записи от ученика требуется умение правильно подписывать второе частное произведение (5 десятков под двумя десятками) и понимание того, что второе неполное произведение означает 2625 **десятков**, или 26250.

Чтобы значение второго произведения представлялось детям яснее, полезно при объяснении способа умножения применить аналитический приём, расчленив операцию умножения на её составные части, а именно:

```
  875      875       6125
X  7     X 30     + 26250
 6125     26250     32375
```

Умножение на трёхзначный множитель, например, умножение числа 468 на 349, сводится к умножению данного числа сначала на 9, потом на 40, затем на 300 и к сложению полученных произведений (порядок умножения мог бы быть и иной, т. е. можно было бы умножать сначала на 300, потом на 40 и затем на 9)

```
   468
X  349
  4212
 1872
+1404
 163332
```

В такой записи ученик должен отчётливо представлять себе, что второе неполное произведение означает 1872 десятка, или 18720, а третье неполное произведение означает сотни—1404 сотни, или 140400. Чтобы эти произведения выступали с таким именно значением, полезно при объяснении применить указанный выше аналитический приём, произведя умножение на каждый разряд множителя отдельно.

Умножение на числа с нулями в середине и в конце. Если во множителе отсутствуют единицы какого-либо разряда и на месте их стоят нули, то на нули умножение не производится. Запись же произведения, получаемого от умножения на единицы следующего за нулём разряда, отодвигается на одно место влево.

```
   4832
 X  608
  38656
+28992
 2987856
```

Второе неполное произведение читается так: 928992 сотни, или 2899 200. Для того чтобы такое значение второго неполного произведения было детям ясно, можно показать отдельно умножение на единицы (8) и на сотни (600).

При умножении чисел, оканчивающихся нулями, например, 37600 X 40, нужно соблюдать следующее правило: «Числа, оканчивающиеся нулями, подписываются при умножении так, чтобы значащие цифры стояли под значащими. Значащие цифры перемножаются и к полученному произведению приписывается столько нулей, сколько их в обоих сомножителях»:

```
  37600
X   40
 1504000
```

Это правило содержит в себе две части: в одной говорится о том, как сомножители **подписываются**, а в другой—как сомножители **перемножаются.** Объясняя этот случай умножения и формулируя правило, нужно остановить внимание учащихся на каждой части этого правила отдельно. Объяснение даётся в такой последовательности:

37600—это 376 сотен; 40—это 4 десятка. Чтобы умножить 376 сотен на какое-либо число, нужно умножить 376 на это число и к полученному

произведению приписать два нуля. Чтобы умножить какое-либо число на 4 десятка, надо умножить это число на 4 и приписать к полученному произведению один нуль. Следовательно, чтобы умножить 376 сотен на 4 десятка, можно сначала умножить 376 на 4, не обращая пока внимания на нули, а потом к полученному произведению приписать 3 нуля.

В **контрольную работу** для проверки знаний умножения должны войти все основные случаи умножения:

1) умножение чисел со всеми значащими цифрами (857 X 396);

2) умножение с нулями во множимом (2008 X 47);

3) умножение с нулями во множителе (564 X 308);

4) умножение чисел, оканчивающихся нулями (280 X 540).

В **IV** классе понятие умножения уточняется и оформляется. Здесь изучается зависимость между компонентами умножения и изменение произведения в зависимости от изменения сомножителей. Неоднократно применявшаяся ранее перестановка сомножителей теперь осознаётся учащимися как основное свойство умножения. Ученики иллюстрируют это свойство на примерах (12 X 5 = 5 X 12) и широко пользуются им в устном счёте (4 х 13 х 25 = 25 х 4 х 13), а также в письменных вычислениях при решении примеров и задач, при проверке действия.

Сочетательное свойство умножения используется детьми в устных вычислениях (25 х 16 = 25 х 4 х 4 = 400).

В приёмы письменных вычислений вносится некоторая рационализация. Ученики приучаются при

выполнении умножения многозначного числа на однозначное записывать умножение в строчку:

73846 X 4 = 295384

То же при умножении на круглые десятки:

5263 X 60 = 5263 X 6 X 10 = 315780

В **IV** классе закрепляются навыки письменного умножения в его наиболее трудных случаях; сюда относятся перемножение трёх- и четырёхзначных чисел с цифровым составом сомножителей — 6, 7, 8, 9, случаи умножения чисел с нулями в середине и в конце.

В **IV** классе в умножении должна быть достигнута полная безошибочность вычислений при достаточно быстром его выполнении.

Деление многозначных чисел

Деление на однозначное число—первая ступень в изучении сложного механизма письменного деления. На этой ступени дети усваивают все основные элементы процесса деления и его порядок; они узнают, что деление начинается с высших разрядов делимого, от деления каждого разряда в частном получаются единицы соответствующих разрядов; если какой-нибудь разряд делимого не делится нацело и в частном не получается единиц соответствующего разряда, то ставят нуль; найдя цифру частного, умножают её на делитель и узнают, какое число разделили; путём вычитания находят остаток; остаток

не должен быть больше делителя; раздробив остаток и присоединив к нему единицы очередного разряда делимого, составляют новое неполное делимое, с которым поступают так же, как с первым неполным делимым, и т. д. Всё это усваивается практическим путём, постепенно, на решении примеров.

Образец объяснения и записи решения примера 2736 : 6.

$$\begin{array}{rl} & 2736 \;\big|\; 6 \\ - & \underline{24} \\ - & 33 \\ - & \underline{30} \\ & 36 \\ & \underline{36} \\ & 0 \end{array}$$

«В делимом высший разряд—тысячи, 2 тысячи. 2 тысячи на 6 не делится так, чтобы получилось хотя бы по одной тысяче. Отделяем в делимом две цифры, получаем 27 сотен. Делим 27 сотен на 6. Получается в частном 4 сотни. Умножаем 4 на 6, чтобы узнать, сколько сотен мы 468 разделили. Четырежды 6 = 24. Вычитаем 24 из 27. В остатке получилось 3 сотни. Раздробляем 3 сотни в десятки, получаем 30 десятков, прибавляем к ним 3 десятка делимого, получится всего 33 десятка. Делим их на 6, в частном получится 5 десятков. Пятью 6 = 30», и т. д.

В дальнейшем, когда дети достаточно отчётливо поймут значение и смысл каждой отдельной вычислительной операции, в эту схему рассуждений вносятся некоторые упрощения, делающие её более краткой. Так, ученик, посмотрев на делитель, может

сразу сказать: «Отделяем в делимом 2 цифры и делим 27 сотен на 6». Далее, получив в остатке 3 сотни, ученик может сказать: «Сносим 3, получим 33 десятка».

Но **всегда** нужно требовать, чтобы ученик называл разряды неполных делимых и разряды частного: «Делим 27 сотен, в частном получится 4 сотни».

Запись деления на первых порах должна быть подробной, как указано выше. Цифры делимого сносятся строго по вертикали. Произведения записываются. Знаки вычитания не обязательны. Когда учитель убедится в понимании детьми способа деления и перейдёт к упражнениям, он переводит детей на более краткую запись деления, при которой произведения не записываются, а вычитаются устно из неполных делимых. Например:

$$\begin{array}{l} 2736 \;\big|\; 6 \\ 33 \quad\;\; 456 \\ \underline{36} \\ \;\;0 \end{array}$$

В дальнейшем можно применять ещё более краткую запись в строчку, когда не записываются ни произведения, ни остатки: 2736 : 6 = 456.

Среди примеров должны быть и такие, в которых при делении получается остаток, например:

$$\begin{array}{l} 7629 \;\big|\; 8 \\ \underline{\;42} \\ \;\;29 \\ \underline{\;24} \\ \;\;\;5 \end{array}$$

Остаток к частному не приписывается.

Учитель обращает внимание детей на то, что остатки должны быть меньше делителя; если в остатке получилось число большее делителя, то это значит, что в частном взята неверная цифра.

Особое внимание должно быть обращено на те случаи деления, в которых в частном пишутся нули — в середине и в конце:

а) 5642 | 7
42 | 806
0

б) 320160 | 4
16 | 80040

в) 5241 | 2
12 | 2620
4
1

Для того чтобы не допускать ошибок, связанных с пропуском нулей в частном, дети должны твёрдо усвоить, что если какой-нибудь разряд делимого не делится на делитель, то в частном не будет единиц этого разряда и, значит, в частном на месте этого разряда надо поставить нуль.

Для предупреждения подобных ошибок существует ряд методических приёмов и средств, а именно:

а) умение по первой цифре частного определить, сколько всего цифр должно быть в частном;

б) обозначение точками мест каждого разряда в частном;

в) умение определить приближённую величину частного до фактического деления данного числа;

г) проверка деления путём умножения частного на делитель.

Учитель должен использовать если не все, то некоторые из этих приёмов.

При делении 5241 на 2 полезно предварительно определить приближённую величину частного. Это должно предупредить ошибку — пропуск нуля в конце частного.

Таким образом, изучая деление на однозначное число, учащиеся усваивают большинство понятий, связанных с механизмом письменного деления.

Деление на единицу с нулями. Возьмём два примера: 4680 : 10 и 7324 : 10. Разделить 4680 на 10 —это значит узнать, сколько раз 10 содержится в 4680 или сколько десятков в этом числе. В 4680 — 468 десятков. Значит, 4680 : 10 =468.

При делении 7324 : 10 рассуждаем таким же образом и приходим к тому, что деление 7324 на 10 даёт в частном 732 и в остатке 4. 7324 : 10 = 732 (ост. 4).

Рассмотрев ещё несколько примеров деления на 100 и на 1 000, можно вывести правило: «Для того, чтобы разделить число на единицу с нулями, достаточно отделить в делимом справа столько цифр, сколько нулей в делителе; тогда оставшиеся цифры делимого изобразят частное, а отделённые— остаток».

Деление числа на единицу с нулями записывается всегда только в строчку.

Деление на круглые десятки, сотни, тысячи. В тех случаях, когда делимое и делитель оканчиваются нулями, последние не зачёркиваются, не сокращаются, числа делятся такими, какими они даны. Важно, чтобы учащиеся научились находить цифру частного на основе зависимости между умножением и делением: 560, делённые на 70, дадут в частном 8, потому что 8 раз по 70 будет 560. 3 200,

делённые на 800, дадут в частном 4, потому что 4 раза по 800 будет 3 200 и т. д.

При делении на круглые десятки различаются два случая:

1. Первые две цифры делимого изображают число, делящееся на делитель, например: 960 : 80.

С этого случая начинается обучение делению на круглые десятки.

2. Первые две цифры не делятся на делитель и приходится отделять в делимом три цифры, например: 2150 : 50.

Деление на круглые сотни изучается по тому же плану, по какому изучалось деление на круглые десятки: сначала рассматриваются такие случаи, когда в делимом первые 3 цифры составляют число, делящееся на делитель (круглые сотни), 800 : 200; 9600: 300; 8470 : 400.

Затем решаются такие примеры, в которых в делимом приходится отделять 4 цифры, чтобы найти первую цифру частного: 4320: 600; 211500 : 500.

При решении этих примеров нет надобности прибегать к упрощённым приёмам нахождения цифры частного, частное находится способом проб на основе связи деления с умножением; так, деля 4320 на 600, ученик учитывает, что в делимом 43 сотни, а в делителе 6 сотен. Сколько раз нужно взять по 6 сотен, чтобы получить 43 сотни? 7 раз (7 раз по 6 сотен—42 сотни).

Деление на двузначное число. Чтобы уметь делить любое многозначное число на двузначное, нужно уметь делить двузначное число на двузначное и трёхзначное на двузначное при однозначном частном. В самом деле, чтобы разделить 7840 на 32,

приходится делить: а) 78 на 32, 6) 144 на 32 ив) 160 на 32.

Деление двузначного числа на двузначное пройдено при изучении сотни. Теперь нужно объяснить детям приём письменного деления трёхзначного числа на двузначное при однозначном частном. При объяснении особое внимание уделяется вопросу о том, как можно упрощённым способом быстро и правильно находить цифру частного (делить десятки делимого на десятки делителя и испытывать цифру частного, внося в неё соответствующие поправки).

Объяснение и упражнения можно провести на следующей группе примеров:

1) 560 | 70
<u>560</u>
0

В этом примере для нахождения цифры частного достаточно разделить число десятков делимого на десятки делителя (56:7==8).

2) 428 | 60
<u>420</u> 7
8

На примерах этого типа показывается, что и при наличии в Делимом единиц способ нахождения цифры частного остаётся тот же: десятки делимого делят на цифру десятков делителя (42 : 6 =7).

3) 328 | 41
<u>328</u> 8

0

Делитель 41 близок к круглому числу 40, поэтому для того, чтобы легче и скорее найти в этом примере частное, делим 38 десятка на 4 десятка. Полученную цифру «8» испытываем, будет ли она верна и при делении 328 на 41. Умножаем устно 41 на 8. Получаем 328. Значит, цифра 8 будет частным при делении данных чисел. Пишем её в частное.

Таких примеров, в которых делитель—легко округляемое число (31; 62; 73; 51; 82; 24 и т. д.), нужно решить возможно больше, чтобы дети хорошо усвоили приём быстрого нахождения цифры частного.

4) 245 L 35
245 7
0

На примерах этого типа показывается, что не всегда цифра частного находится сразу путём деления десятков делимого на десятки делителя; иногда приходится после испытания этой цифры уменьшить её на единицу; так 24, делённое на 3, даёт 8; однако проверка показывает, что цифра 8 не годится: она велика, её нужно уменьшить на единицу.

5) 273 L 39
273 7
0

На примерах этого типа показывается, что в тех случаях, когда цифры единиц делителя 7, 8 или 9,

полезно округлять делитель до высшего круглого числа, иначе говоря, увеличивать цифру десятков на единицу.

Действительно, деля 27 на 3, получаем число 9, которое приходится потом уменьшать на 2 единицы, в то время как, разделив 27 на 4, мы сразу находим цифру частного.

После того как дети овладеют навыком деления трёхзначного числа на двузначное, нужно перейти к упражнению в делении любого многозначного числа на двузначное. Среди примеров с двузначным делителем видное место должны занимать примеры, в которых получается частное с нулями в середине и в конце:

а) 26112 L[64]		6) 268280 L[38]		в) 8514 L[17]	
256	408	266	7060	85	500
512		228		14	
512		228			
0		0			

Деление на трёхзначное число. Деление многозначного числа на трёхзначное в конечном счёте сводится к ряду делений трёхи четырёхзначных чисел на трёхзначное. Например, процесс деления числа 107 442 на 254 распадается на следующий ряд делений:

а) 1074 L[254] 6) 584 L[254] в) 762 L[254]

Следовательно, чтобы правильно производить деление многозначного числа на трёхзначное, нужно уметь делить:

а) трёхзначное число на трёхзначное и

6) четырёхзначное число на трёхзначное при однозначном частном.

При делении трёхзначного числа на трёхзначное нужно находить цифру частного на основе связи деления с умножением, ставя вопрос так: «сколько раз нужно взять делитель, чтобы получить делимое?»,

Пусть, например, требуется разделить 804 на 268:

$$\begin{array}{l|l} 804 & 268 \\ \underline{804} & 3 \\ 0 & \end{array}$$

Разделить 804 на 268—это значит узнать, сколько раз 268 содержится в числе 804. Может быть, 2 раза? Нет, потому что 2 раза по 268 даёт число немногим больше 500. Может быть, 3 раза? Да, 3 раза по 268 даёт 804. Как облегчить нахождение цифры частного? Нужно обратить внимание учащихся на то, что главное значение при нахождении цифры частного имеют высшие разряды, в данном случае сотни—8 сотен в делимом и 2 сотни в делителе. 2 сотни содержатся в 8 сотнях 4 раза. Однако Число «4» в качестве частного не годится, потому что в делимом, сверх 8 сотен, только 4 единицы, а в делителе, сверх 2 сотен, 68 единиц. Уменьшаем число 4 на единицу и получаем верное частное—3.

На таких примерах дети учатся находить частное упрощённым способом и проверять его устно; последнее очень важно для успешного деления любого многозначного числа на трёхзначное.

Умение упрощённым способом находить цифру частного имеет очень большое значение при делении четырёхзначного числа на трёхзначное. Пусть,

например, дано разделить 1384 на 346, Сколько раз нужно взять по 346, чтобы получить 1384? Это сказать трудно. Но сколько раз нужно взять по 3 сотни, чтобы получить 13 сотен,—это определить легко: 4 раза. Не будем, однако, торопиться ставить эту цифру в частное. Сначала её проверим: она может оказаться верной при делении на 346, а может оказаться и не подходящей. Проверим устно, чтобы потом не исправлять, не зачёркивать эту цифру в случае её непригодности. Умножить устно 346 на 4 трудно. Чтобы облегчить устную проверку, возьмём только десятки делителя (34), умножим их на 4 и результат сравним с десятками делимого (138). 4 раза по 34 == 136. Сопоставив 136 и 138, видим, что число 4 можно взять в качестве частного.

Таким образом, упрощённый приём нахождения цифры частного при делении на трёхзначное число состоит в следующем: а) делим сотни делимого на число сотен делителя и испытываем найденную цифру путём устного умножения десятков делителя на эту цифру.

Однако, применяя этот приём, нужно приучать детей к тому, чтобы они в то же время обращали внимание на делитель в целом, чтобы отдельные цифры не заслоняли всего числа,

Положим, надо решить следующий пример:

$$\begin{array}{r} 2415 \;\; L^{396} \\ \underline{2376} \quad\; 6 \\ 39 \end{array}$$

Было бы нецелесообразно испытывать здесь цифру 8 на том основании, что 24 :3 = 8. Ведь число 396 без малого 400; 8 раз по 400 даёт 32 сотни, или

3200. Значит, 8 много. Цифра 7 тоже велика. 7 раз по 400 = 2800. Испытываем цифру 6. 6 годится. Эту цифру можно было найти сразу, округлив 396 до 400 и разделив 24 сотни на 4 сотни.

После такой подготовительной работы проводится упражнение в делении многозначного числа на трёхзначное, например: 51243 : 589; 410675 : 175 и др.

Решая такие примеры, нужно подчёркивать, что остатки должны быть не больше делителя; в процессе деления нужно следить за остатками и сравнивать их с делителем; если остаток равен делителю или больше его, то это значит, что в частном взята неверная цифра.

Как и при делении на двузначное число, здесь нужно давать достаточно большое количество таких примеров, где получается частное с нулями в середине и в конце; например:

В контрольные работы на деление включаются все основные случаи деления на однозначное число:

а) общий случай деления (76428 : 6);

6) частный случай—частное с нулём в середине (48312 : 8, частное—6039);

в) частный случай—частное с нулями в середине и в конце (490630 : 7, частное—70090); г) деление с остатком (51087 : 9);

д) деление с остатком, причём в частном получается в конце нуль (3154 :5, частное—630, ост. 4).

Основные случаи деления на двузначное и трёхзначное число:

а) общий случай деления на двузначное число (37952 : 64);

6) общий случай деления на трёхзначное число (216221 : 463);

в) случай деления с нулями в середине и в конце частного (3673160 : 458, частное—8020);

г) случай деления с остатком, когда в частном на конце должны быть поставлены нули (7012 :14). В IV классе навыки письменного деления, приобретённые в III классе, должны быть закреплены и усовершенствованы, Усовершенствование навыка должно найти своё выражение в полной безошибочности вычислений, в более сознательном, уверенном и скором выполнении действия.

При делении на однозначное число и на некоторые двузначные числа промежуточные вычислительные операции умножения и вычитания могут выполняться устно.

При делении чисел, оканчивающихся нулями, возможно применение способа сокращённого деления, например:

$$\begin{array}{l} 292400 \;\; L^{8600} \\ \underline{258} \qquad\quad 34 \\ \;\; 344 \\ \;\; \underline{344} \\ \;\;\; 0 \end{array}$$

Объясняя этот случай деления, нужно опереться на известное свойство частного: частное не изменится, если делимое и делитель уменьшить в одинаковое число раз. При этом нужно тщательно объяснить изменение остатка, если деление с остатком.

Одновременно с закреплением навыков в IV классе происходит расширение и оформление **понятия деления** как арифметического действия.

Изучается зависимость между делимым, делителем и частным. Знание этой зависимости используется для проверки деления. Изучается изменение частного с изменением данных; неизменяемость частного при одновременном увеличении или уменьшении делимого и делителя используется для обоснования приёма сокращённого деления чисел, оканчивающихся нулями.

ПРИМЕРНЫЕ УРОКИ

III КЛАСС

Тема. Деление четырёхзначного числа на трёхзначное

1-й урок.

Цель урока—объяснить детям способ нахождения частного при делении четырёхзначного числа на трёхзначное (при однозначном частном).

Ход урока. 1. Для данного урока опорными и отправными являются следующие знания и навыки: а) умение делить многозначные числа на круглые сотни; 6) умение устно умножать трёхзначные числа на однозначные; в) понимание связи деления с умножением и умение пользоваться этой связью для проверки цифры частного.

Исходя из этого, учитель даёт для повторения в форме устного счёта следующие примеры н задачи:

а) Деление на круглые сотни: 600:300; 1200:400; 2500: 500 н т. д. Цель этих упражнении—Подчеркнуть, что для отысканная частного достаточно число сотен делимого (6, 12, 25) разделить на число сотен делителя (3, 4, 5}.

6) Устное умножение трёхзначных чисел на однозначное: 4802; 5304; 780 X 3.

в) Проверка деления при помощи умножения: «Разделите 48 на 16. Проверьте частное. Разделите 84 на 12. Проверьте правильность деления!» и т. д.

Задачи:

«Самолёт летит со скоростью 400 км в час. Во сколько часов он пролетит расстояние в 1200 км?»

«Метр сукна стоит 120 руб. Сколько стоят 7 м такого сукна?»

2. После повторения учитель сообщает детям цель настоящего урока (научиться правильно и быстро делить многозначные числа на трёхзначные) и приступает к объяснению нового материала. Объяснение даётся на примерах, которые подбираются так, чтобы на них легко можно было обнаружить следующую закономерность: при делении трёх- и четырёхзначного числа на трёхзначное получается в частном такое же число, как и при делении сотен делимого на цифру сотен делителя.

Установленную этой закономерности и получению такого вывода должны служить следующе примеры:

1) 1248:318; 2) 9580:516; 3) 1392:232; 4) 2905: 415.

Отправным моментом при объяснении нового материала должно быть воспроизведение того, что будет служить для этого нового опорой. В данном случае отправным моментом является деление четырёхзначного числа на круглые сотни. Поэтому объяснение начинается с решения примера типа:

$$\begin{array}{l} 1825 \;\; L^{300} \\ \underline{1800} \quad\;\; 6 \\ \;\;25 \end{array}$$

Этот случай деления детям знаком—они решают его самостоятельно и при пояснении подчёркивают, что для нахождения результата достаточно было 18 разделить на 3 (18 сотен на 3 сотни).

После этого предлагается первый пример из нового материала:

$$\begin{array}{l|l} 1248 & 312 \\ 474 & \end{array}$$

Подчёркивается элемент новизны в этом примере: в ранее решавшихся примерах делителем были круглые сотни, а в данном примере делитель — трёхзначное число, в котором есть не только сотни, но и десятки и единицы (312). Как найти цифру частного в таком случае? Учитель прибегает к аналогии. Нельзя ли н здесь воспользоваться таким же приёмом, каким мы пользовались при делении на круглые сотни? Основание для аналогии есть: 312 мало чем отличается от 300, 312 близко к 300. Поэтому попробуем делить не на 312, а на 300; узнаем, сколько получится от деления 1248 на 300, а потом проверим найденную цифру частного, может быть, она подойдёт и к делению 1248 на 312. Итак, делим 1248 на 300 и получаем в частном 4. Можем ли мы, получив 4, сразу записать эту четвёрку в частное? Нет, не можем: она получилась от деления на 300, а нужно было делить на 312. Так как 300 и 312 — числа близкие между собой, то возможно, что при делении и на 312 получится 4, но это надо проверить. Как проверить? Способ проверки учащимся известен: нужно делитель (312) умножить на частное (4). Умножаем 312 на 4, получаем делимое (1248). Значит, число 4—есть частное от деления 1248 на 312. Теперь мы можем поставить 4 в частное; запись решения будет иметь следующую форму:

$$\begin{array}{l|l} 1248 & 312 \\ \underline{1248} & 4 \\ 0 & \end{array}$$

По окончании деления ещё раз фиксируется внимание детей на том, что частное мы легко нашли потому, что частное мы легко нашли потому, что пробовали вначале делить не на весь делитель (312), а только на круглые его сотни.

Дети восприняли пока что только отдельный, конкретный факт. Для того чтобы они могли воспринять этот приём как общий, учитель предлагает одни за другим ещё 3 примера, указанных выше. Воспринимая объяснение этих примеров, учащиеся подметят их различие (различные числа) н их сходство; во всех примерах делимое—четырёхзначное число, делитель—трёхзначное число. И главное: во всех таких случаях частное находится одним и тем же способом. Так в сознании ученика складывается **обобщение**, переход от конкретного и единичного к общему, отвлечённому.

Это обобщение-вывод даётся в следующей формулировке: «Когда нужно четырёхзначное число разделить на трёхзначное, следует сотни делимого разделить на сотни делителя и полученное число проверить».

3. Для того чтобы узнать, достаточно ли правильно и глубоко поняли учащиеся объяснение, а с другой стороны, чтобы дать самим детям возможность удостовериться в том, что они правильно усваивают новые для них знания, после объяснения предлагается детям решить самостоятельно сначала те примеры, на которых учитель проводил объяснение, а затем три примера того же типа: 1) 1668:417; 2) 4368:624; 3) 3632:718.

После решения этих примеров один из учеников вызывается к доске и показывает, как он решил пример, а остальные проверяют решение примеров в своих тетрадях. Давая пояснения к решению, ученик в точности воспроизводит ту схему рассуждений, которой пользовался учитель.

Первым вызывается к доске более сильный ученик, быстро воспринимающий новое н хорошо владеющий

речью; последним вызывается менее успевающий ученик. и если этот ученик даёт удовлетворительное объяснение, можно быть уверенным, что объяснение понято правильно.

4. На предыдущем этапе урока, исходя из конкретных н единичных примеров, дети пришли путём обобщения к выводу правила. Теперь для более глубокого понимания способа деления четырёхзначного числа на трёхзначное нужно перейти от общего, отвлечённого вывода к конкретному, единичному. Для этого учитель предлагает учащемся один за другим два-три примера. Примеры решаются на доске и в тетрадях. На дом даётся решить 5—6 примеров, аналогичных тем, которые были объяснены в классе, и задачу, в которой встречается случай деления четырёхзначного числа на трёхзначное.

2-й урок.

Цель урока—углубить понимание детьми основного приёма деления четырёхзначного числа на трёхзначное, показав его видоизменение на новых вариантах примеров; показать практическое применение данного навыка деления при решении задач.

Ход урока. 1. После проверки домашней работы учитель упражняет детей в устном счёте. Упражнение в устном счёте проводится на таких примерах и задачах, которые в качестве элемента входят в письменное деление (умножение двузначных чисел на однозначное; деление двузначных чисел на однозначное с остатком):

а) 65Х4; 86Х9; 38Х6; 6) 28 дес. Х 5; 45 дес. Х 8; 34 дес. Х 7.

в) 75:8; 34:6; 51:7, 46:9.

г) Задачи: 1) «Автомобиль прошёл за час 40 км, а самолёт пролетел за это время в 8 раз больше, Сколько километров пролетел в одни час самолёт?» 475

2) «38 карандашей разложил поровну в 4 коробки. Сколько карандашей поло- жили в каждую коробку и сколько получилось в остатке?»

2. Затем учитель переходят к упражнению в письменном делении. Упражнения на данном уроке преследуют две цели: с одной стороны, в известной мере автоматизировать навык деления, а с другой—углубить понимание способа деления. Для достижения первой цели надо научить детей выполнять деление более уверенно, быстро и самостоятельно, без подробных рассуждений. Для достижения второй цели в упражнения нужно ввести различные варианты примеров, требующие видоизменения основного приёма деления. В соответствии с этим упражнения распадаются на две части: первая—фронтальная работа класса под непосредственным руководством учителя н вторая—самостоятельная работа учащихся. На каждом этапе вводятся примеры различных вариантов, некоторые из них потребуют дополнительных объяснений со стороны учителя.

1-я часть—фронтальная работа класса под непосредственным руководством учителя.

Решение примеров: 1) 5615: 922; 2) 3708: 645; 3) 2715: 396. На решении первого примера происходит повторение приёма деления четырёхзначного числа на трёхзначное. Решение второго примера имеет ту особенность, что при испытании цифры частного, полученной в результате деления сотен делимого

(37) на сотни делителя (6), оказывается, что получаемая цифра велика н её нужно уменьшить на единицу. При решении третьего примера цифру частного после первого испытания приходится уменьшат на две единицы. Возникает вопрос, как скорее найти инфра частного без лишних проверок, почему в данном случае первая цифра частного 9 оказалась велика и потребовалось её двукратное уменьшение. Ответ на этот вопрос даёт анализ делителя. Делитель 396 близок к 400, а не к 300; поэтому при округлении выгодно округлить 396 до 400 и находить первую цифру частного путём деления 27 на 4, а не на 3.

Предложив учащимся для анализа ещё 2 примера: 1716:286; 3212:485, учитель вносит уточнение в известное детям правило нахождения цифры частного: «Если цифра десятков делителя больше 5, то полезно округлить делитель до большего круглого числа» (или иначе: полезно цифру сотен делителя увеличить на единицу).

Решение задачи: «На швейной фабрике сшили 289 платьев из 1156 м материн. Сколько таких платьев можно сшить из 800 м материн?» При решении этой задачи найдёт своё практическое применение и будет закреплён только что рассмотренный случай деления.

2-я часть—самостоятельная работа учащихся.

Самостоятельное решение примеров различных вариантов на рассмотренное правило: 5033:719; 4108: 586; 1845:293.

Во время самостоятельной работы класса учитель оказывает помощь более слабым ученикам, давая им дополнительные объяснения.

Проверка самостоятельной работы. При проверке требуется от учеников подробное объяснение приёма нахождения цифры частного в каждом примере.

3. **На дом даётся** решить 5 примеров на деление четырёхзначного числа на однозначное и одну задачу с письменными вопросами.

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Основные цели преподавания арифметики в начальной школе осуществляются в значительной мере посредством решения арифметических задач. Знания, умения и навыки, приобретаемые учащимися при решении задач, составляют основу их дальнейшего математического образования. Вся деятельность, связанная с решением задач, в известной мере способствует формированию характера ребёнка—его воли, настойчивости и упорства в достижении намеченной цели, способности проявлять усилия для преодоления трудностей. Очень важна роль решения задач как фактора «развития логического мышления учащихся, их умения устанавливать зависимости между величинами, делать правильные умозаключения»[1]. Решение задач является мощным средством умственного развития ребёнка, развития его мышления, внимания и творческого воображения.

Но не всякое решение задач содействует развитию логического мышления детей. Если решение задачи направлено только на то, чтобы получить правильный ответ, и притом каким угодно способом, хотя бы путём проб, путём подгонки результата «под ответ», то такие упражнения малополезны. Дело в том, что для достижения указанных целей важны не только результаты решения задачи, но главным образом те процессы мышления, которые привели к решению и помогли

[1] Программы начальной школы. Арифметика. Объяснительная записка, изд. 1949 г.

найти правильный ответ. Важны не только приёмы решения, но и приёмы рассуждения, сопутствующие решению.

Основным моментом в работе над задачей является тот приём рассуждения, который приводит к составлению плана решения и к самому решению задачи.

Исходными логическими операциями, на которых основываются рассуждения, являются, как известно, анализ и синтез. Под анализом в решении задач подразумевается такой процесс мышления, который идёт от вопроса задачи к числовым данным, нужным для его решения. Под синтезом подразумевается акт мышления, идущий от числовых данных задачи к вытекающему из них вопросу.

В рассуждениях при решении задач приходится пользоваться и анализом и синтезом. Решение задачи в целом есть аналитико-синтетический процесс. В нём мысль решающего всё время движется от вопроса задачи к числовым данным и от числовых данных к вопросу. Поставив вопрос, вытекающий из данной ситуации, ученик соображает, есть ли в условии задачи числовые данные, на основании которых можно решить поставленный вопрос. Наоборот, рассматривая числовые данные и комбинируя их, ученик определяет, какой вопрос может быть решён на основе этих данных.

Если проследить за ходом мысли ученика, обдумывающего решение задачи, то окажется, что в этом процессе «размышления» над задачей ученик проходит следующие этапы:

«Мне нужно решить такой-то вопрос. На основании каких данных можно его решить? Посмотрим условие задачи». Далее: «Я имею такнете

числовые данные. На основании их можно решить такой-то вопрос. Но **нужно ли** его решать? Посмотрим, что спрашивается в задаче?»

В первом случае ученик, исходя из вопроса задачи и пользуясь анализом, в то же время обращается к условию задачи, к задаче в целом и только на основе целостного представления задачи, как совокупности данных и вопроса, находит правильный путь решения. Во втором случае, исходя из данных задачи и пользуясь синтезом, ученик в то же время обращается к вопросу задачи, чтобы при помощи этого вопроса проверить целесообразность выполнения той или иной операции над данной парой чисел, и, если вопрос задачи подтверждает необходимость объединения данной пары чисел, останавливается на ней и находит правильный путь решения задачи.

Таким образом, при отыскании путей решения предложенной задачи анализирующие и синтезирующие моменты мышления находятся в постоянном взаимодействии, дополняя и проверяя друг друга.

При разборе задачи могут быть две исходные позиции: либо **вопрос задачи, либо числовые данные** в задаче. Когда решающий задачу исходит из вопроса, анализ выступает на передний план и играет ведущую роль; синтез ему сопутствует. Когда же за исходное начало берутся числовые данные, на передний план выступает синтез: он даёт движение мысли, играет руководящую роль, является преобладающим; анализ же сопутствует ему, служа средством проверки целесообразности движения мысли и ориентиром для её направления.

При наличии двух способов логической работы над задачей—анализа и синтеза—естественно поставить вопрос о их сравнительной ценности, об условиях применения каждого из них в разборе конкретной задачи.

В передовой педагогической практике анализу, как способу логической работы над задачей, отдаётся преимущество перед синтезом. И действительно, этот метод разбора является более ценным, так как он в гораздо большей мере, чем синтез, способствует развитию логического мышления учащихся.

Это объясняется тем, что он фиксирует преимущественное внимание детей на вопросе задачи, он подчёркивает большое значение вопроса. С вопроса задачи начинаются рассуждения учащихся, построение цепи логических умозаключений, причём в каждом звене этой цепи, в свою очередь, содержатся более мелкие вопросы.

Синтез по силе своего влияния на развитие мышления и речи учащихся уступает анализу. Это объясняется тем, что он не останавливает внимания учащихся на вопросе задачи в той мере, как это делается при разборе задачи путём анализа. Он фиксирует внимание детей главным образом на числовых данных задачи, на действиях, которые можно произвести над этими данными. Он часто приводит к отрыву содержания задачи от её вопроса: ученик начинает решать задачу, не считаясь с её вопросом, не подчиняя ход своих мыслей тому, что в конечном счёте спрашивается в задаче.

Отсюда—много случайного и нерационального в поисках правильных путей решения задачи.

В числе условий, которые делают анализ доступным для учащихся, первое и главное место

занимает соблюдение строгой постепенности в нарастании сложности форм анализа и трудности его для учащихся.

Методы и приёмы обучения анализу арифметической задачи

Уже при первоначальном ознакомлении детей с составной задачей, в I классе, целесообразно использовать аналитический приём, ведя детей от готовой задачи в два действия к составляющим её простым задачам. Специфика такой задачи в том, что её нельзя решать сразу, одним действием, как это делается при решении простой задачи. Если при первом знакомстве с составной задачей отправляться от готовой задачи в два действия, то разница между простой задачей и сложной выступает с полной отчётливостью.

Для начала можно взять такую задачу, которую удобно проиллюстрировать на предметах:

«В коробку положили 6 красных карандашей и 4 синих. Потом из этой коробки взяли 7 карандашей. Сколько карандашей осталось в коробке?»

Учитель показывает детям сначала 6 красных карандашей, потом 4 синих и **записывает эти числовые данные на доске.** Затем он складывает карандаши в коробку. Дети не видят, сколько их всего. После этого учитель вынимает 7 карандашей. Это **третье данное он также записывает на доске**, а главное искомое остаётся скрытым в коробке.

Учащиеся повторяют задачу, выделяют вопрос и решают задачу в уме, как они привыкли это делать по

отношению к простым задачам. У всех получается правильный ответ: 3 карандаша.

Учитель. Как мы узнали, что в коробке осталось 3 карандаша?

Ученик. От 10 карандашей мы отняли 7 карандашей и получили 3 карандаша.

Учитель (обращаясь к доске, где записаны числовые данные): Откуда вы взяли 10? Ведь такого числа в задаче нет?

Ученик. К 6 карандашам надо прибавить 4 карандаша и получится 10 карандашей.

Учитель. Что мы узнали, складывая 6 карандашей и 4 карандаша?

Ученик. Мы узнали, сколько было всего карандашей в коробке.

Учитель. Вот видите—сначала мы узнали, сколько было всего карандашей в коробке; для этого мы сложили 6 карандашей и 4 карандаша:

1) 6 кар. + 4 кар. = 10 кар.

Это—первое действие. Потом мы узнали, сколько карандашей осталось; для этого мы от 10 карандашей отняли 7 карандашей:

2) 10 кар. — 7 кар. = 3 кар.

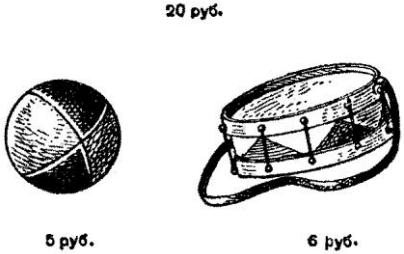
Это—второе действие. Итак, сколько приходится выполнить действий для того, чтобы решить эту задачу?

Ученик. Два действия.

Учитель. Что мы узнали первым действием? Вторым действием?

В заключение учитель подчёркивает, что некоторые задачи можно решить **сразу**, одним действием. Но бывают задачи, которые нельзя решить сразу—приходится сделать сначала одно действие, потом другое; например, сначала сложить, потом отнять.

С этого времени перед решением каждой задачи дети устанавливают, можно ли её решать сразу. Если выясняется, что—нельзя, то учитель спрашивает, а что можно узнать сразу?



Так дети впервые начитают применять простекший анализ. Вопрос «можно ли решить задачу сразу?» побуждает детей подбирать данные к вопросу; это момент аналитический. Следующий вопрос «а что можно узнать сразу?» побуждает детей подбирать вопрос к данным; это момент синтетический. Ведущим здесь является анализ.

В дальнейшем этот простейший анализ несколько углубляется путём введения дополнительного вопроса «почему» («почему нельзя сразу узнать, сколько карандашей осталось?»).

Решаем задачу: «Мать купила детям мяч за 5 руб. и барабан за 6 руб. Сколько сдачи получила она с 20 рублей?»

Рисунок, начерченный учителем на доске, поясняет текст задачи, но не иллюстрирует самих чисел.

Разбирая эту задачу, учитель ставит следующие вопросы:

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько получено сдачи? Ученик. Нет, нельзя.

Учитель. Почему нельзя узнать этого сразу?

Ученик. Потому что мы не знаем, сколько всего надо уплатить за мяч и барабан.

Учитель. А сколько нужно уплатить за мяч и барабан—можно узнать сразу?

Ученик. Да, это можно узнать сразу.

Привыкнув к вопросу «почему», дети начинают анализировать задачу, не ожидая этого вопроса от учителя. Они рассуждают так: «Сразу нельзя узнать, сколько мать получила сдачи, потому что мы не знаем, сколько всего нужно уплатить за мяч и барабан. Но сколько всего нужно уплатить за мяч и барабан, это можно узнать сразу. Поэтому задачу будем решать так: сначала узнаем, сколько всего уплатила мать за мяч и барабан; потом узнаем, сколько мать получила сдачи с 20 рублей».

Решив составную задачу, дети составляют простые задачи, на которые им пришлось расчленить данную составную. Так, решив вышеуказанную задачу, дети записывают её решение:

1) 5 руб. + 6 руб. = 11 руб.
2) 20 руб. — 11 руб. = 9 руб.
Ответ: 9 руб.

Теперь учитель предлагает детям составить задачи к каждой строчке.

1-я задача: «Мяч стоит 5 руб., а барабан 6 руб. Сколько стоят вместе мяч и барабан?»

2-я задача: «Мяч и барабан стоят 11 руб. В кассу же дано 90 руб. Сколько нужно получить сдачи?»

Так уже в I классе дети научаются расчленять составную задачу на две простые.

Во II классе дети начинают решать задачи в три действия. Простейшими задачами этого рода являются задачи, в которых требуется произвести умножение, а затем вычитание или сложение. Например: «Купили 2 тарелки по 4 руб. и 5 ложек по 2 руб. Сколько стоила вся покупка?»

При анализе подобного рода задач нужно научить детей тому, чтобы они указывали оба числа, которые мы не знаем и которые нужно знать, чтобы решить задачу сразу. Обычно дети называют только одну неизвестную величину. Тогда учитель спрашивает дополнительно: «А ещё почему?» Этого вопроса достаточно, чтобы дети назвали обе неизвестные величины—в данном случае стоимость тарелок и стоимость ложек.

При разборе более трудных задач в 3 действия одна из самых распространённых ошибок состоит в пропуске промежуточного логического звена.

Возьмём задачу: «В одной корзине было 40 яблок, а в другой на 10 яблок больше. Все эти яблоки

разложили в ящики по 30 яблок в каждый. Во сколько ящиков разложили эти яблоки?»

Анализ проводится обычно следующим образом:

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько ящиков понадобилось, чтобы уложить все яблоки?

Ученик. Нельзя, так как мы не знаем, сколько яблок было во второй корзине.

Учитель. А разве в ящики положили яблоки только из второй корзины?

Ученик. Нет, в ящики положили яблоки из двух корзин. Значит, мы не можем сразу решить задачу потому, что не знаем, сколько яблок было в двух корзинах.

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько яблок было в двух корзинах?

Ученик. Нет, так как мы не знаем, сколько яблок было во второй корзине.

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько яблок было во второй корзине?

Ученик. Да, можно.

После этого составляется устный план решения этой задачи: 1) Сколько яблок во второй корзине? 2) Сколько яблок в двух корзинах? 3) Во сколько ящиков разложили эти яблоки?

Решение задачи записывается так:

1) 40 ябл. + 10 ябл. = 50 ябл.
2) 40 ябл. + 50 ябл. = 90 ябл.
3) 90 ябл. : 30 ябл. = 3.

Ответ: 3 ящика.

Записав решение задачи, полезно, опираясь на запись действий, составить те простые задачи, на которые расчленена данная задача:

1) В одной корзине 40 яблок, в другой на 10 яблок больше. Сколько яблок во второй корзине?

И т. д.

Повторяем, при пользовании таким простым анализом главная обязанность учителя следить за тем, чтобы дети не пропускали: при рассуждении промежуточных логических звеньев. Если учитель допускает такие ошибки и мирится с ними, то тем самым он приучает ученика быть неточным и тормозит развитие у детей логического мышления.

В III классе анализ задачи несколько усложняется и делается более полным, принимая ту форму, в какой он применяется на дальнейших ступенях обучения. Усложнение состоит в том, что ученик при разборе задачи научается называть не один (как это было в I во II классах), а оба компонента, необходимые для решения поставленного вопроса, независимо от того, известны они или неизвестны. Чтобы яснее обрисовать разницу в формах анализа во II классах, приведём пример разбора конкретной задачи.

«На 59 рублей купили 5 чашек по 7 рублей и 6 блюдец. Сколько стоит одно блюдце?»

Используем **простейший анализ,** применяемый во ИП классе:

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько стоит одно блюдце?

Ученик. Нет, нельзя, так как мы не знаем, сколько заплатили за все блюдца.

Учитель. Можно ли сразу узнать, сколько заплатили за все блюдца?

Ученик. Нет, так как мы не знаем, сколько стоили все чашки.

Учитель. А стоимость чашек можно сразу узнать?

Ученик. Да, это можно узнать сразу.

Учитель. Значит, какой будет первый вопрос? И т. д.

В связной форме, без наводящих вопросов учителя, рассуждение будет таково: «Сразу узнать, сколько стоит каждое блюдце нельзя, так как неизвестно, сколько заплатили за все блюдца. Сколько заплатили за все блюдца, тоже нельзя узнать сразу, так как неизвестно, сколько стоят все чашки. Сколько стоят все чашки, можно узнать сразу, так как известно, что купили 5 чашек и что каждая чашка стоила 7 рублей».

Как мы видим, здесь только на последнем этапе рассуждения указываются оба компонента, поскольку оба они даны.

Используем **полный анализ** той же задачи (по наводящим вопросам):

Учитель. Что спрашивается в задаче?

Ученик. В задаче спрашивается, сколько стоит одно блюдце.

Учитель. Какие два числа надо знать, чтобы сразу решить этот вопрос? 481

Ученик. Надо знать, сколько блюдец купили и сколько за них заплатили.

Учитель. Известны ли нам эти числа?

Ученик. Нам известно, сколько блюдец купили (6 блюдец), но не известно, сколько стоили все блюдца.

Учитель. Итак, мы должны узнать, сколько стоили все блюдца. Какие два числа надо иметь, чтобы сразу решить этот вопрос? И т. д.

Без наводящих вопросов в связном изложении ученика полный анализ будет иметь следующую форму:

«В задаче спрашивается, сколько стоит каждое блюдце. Чтобы решить этот вопрос, надо знать, сколько стоят все блюдца и сколько блюдец купили. Сколько блюдец купили, нам известно—6 блюдец. А сколько стоят все блюдца, нам неизвестно. Чтобы узнать, сколько стоят все блюдца, надо знать, сколько стоит вся покупка и сколько стоят чашки. Сколько стоит вся покупка, нам известно—59 рублей, а сколько стоят чашки, нам неизвестно. Для того чтобы узнать, сколько стоят все чашки, надо знать, сколько стоит одна чашка и сколько чашек купили. Оба эти числа нам известны. Итак, первый вопрос задачи —«Сколько стоят все чашки?» И т. д.

Как мы видим, здесь на каждом этапе рассуждения ученик называет те данные, которые необходимы для решения вопроса. Такая полная, стройная и законченная форма рассуждения даётся детям не сразу и не без труда. К ней нужно основательно подготовить ученика. Той подготовки, которая велась на протяжении I и II класса, недостаточно. Нужны новые упражнения, на которых следует показать, что а) для решения задачи надо выполнить над числами одно или несколько арифметических действий и что 2) в каждом случае для выполнения действия необходимо иметь два числа. Это показывается на простых задачах троякого вида, которые могут встретиться при анализе составных задач:

1) оба числа, необходимые для решения поставленного вопроса, не известны;

2) одно число известно, другое неизвестно;

3) оба числа известны.

Упражнения лучше начать с задач, в которых одно число известно. Например: «Мальчик сорвал 8 яблок

с одной яблони и несколько яблок с другой. Сколько всего яблок сорвал мальчик?». Задача разбирается.

Учитель. Можно ли решить эту задачу?

Ученик. Нельзя.

Учитель. Почему нельзя её решить?

Ученик. Потому что мы не знаем, сколько яблок мальчик сорвал с другой яблони.

Учитель. Сколько же чисел надо иметь, чтобы решить эту задачу?

Ученик. Надо иметь два числа. Учитель. И каким действием она решается?

Ученик Сложением.

Вывод. Чтобы узнать, сколько всего сорвано яблок, надо знать: сколько сорвано с одной яблони и сколько сорвано с другой яблони. После этого учитель называет второе число, допустим, 12 яблок, и ученики решают задачу.

Так разбираются ещё три задачи—на вычитание, умножение и деление.

Второй этап подготовительных упражнений—работа над простыми задачами без числовых данных. Например: «На полке лежали книги. Несколько книг сняли с полки. Сколько книг осталось?»

Из разбора этой задачи делается вывод, который формулируется так: «Чтобы узнать, сколько книг **осталось**, надо знать, сколько книг лежало сначала и сколько книг сняли».

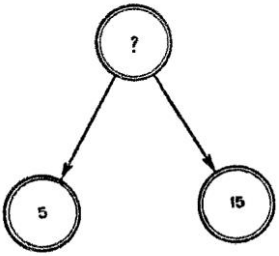
Третий этап подготовительных упражнений—работа над простыми задачами, в которых оба числа даны.

Например: «Купили 5 кг сахару по 15 руб. за килограмм. Сколько стоит покупка?»

На этой задаче ученик учится рассуждать в следующей форме: «Для того чтобы решить задачу,

надо знать, сколько килограммов сахару купили и сколько стоит килограмм. Оба числа нам известны. Чтобы решить задачу, надо 15 руб. умножить на 5, получится 75 руб. Ответ: 75 руб.

Полезно иллюстрировать решение этой задачи так, как указано на рисунке.



Проделав упражнения в анализе на простых задачах, нужно перейти к **анализу задач в два** действия, а затем и в **три действия**.

Анализ задач в три действия представляет собой довольно длинное рассуждение. Для того чтобы ученики не теряли нити в рассуждении, его нужно разбивать на отдельные звенья, иллюстрируя их наглядными образами. Роль такого образа может играть схема, состоящая из кружочков, заполненных числовыми данными задачи и вопросительными знаками для обозначения неизвестных. Вместо того, чтобы рисовать кружки на доске, можно заготовить их заранее из плотной бумаги (например, из обложек старых тетрадей) разного цвета.

Полезно вначале для упражнений в полном анализе решить 5—6. таких задач, в которых анализ иллюстрируется схемой, имеющей симметричный вид. Например: «Магазин продал в один день 40

ящиков винограда по 18 кг в каждом ящике, а в другой день 20 ящиков по 12 кг. Сколько всего килограммов винограда продал магазин за два дня?»

Первое звено анализа этой задачи подготовлено работой над простыми задачами, в которых оба числа неизвестны. Их места займут кружки с вопросительными знаками. Второе и третье звено— анализ простых задач на умножение с известными данными.

Запись решения на доске будет иметь следующий вид:

Задача.
1-й день — 40 ящ. по 18 *кг*
2-й день — 20 ящ, по 12 *кг*
} Сколько всего?

Разбор задачи производится при помощи рисунка (см. на стр. 484).

План и решение.

1) Сколько винограда продано в 1-Й день?
   18 *кг* X 40 = 720 *кг*
2) Сколько винограда продано во 2-Й день?
   12 *кг* X 20 = 240 *кг*
3) Сколько винограда продано в два дня?
   720 *кг* + 240 *кг* = 960 *кг*

Ответ: 960 *кг*.

После сообщения задачи, записи числовых данных и повторения условия учитель говорит: «Теперь мы разберём задачу», Прежде всего выделяется вопрос задачи.

Учитель. Обозначим этот вопрос кружком с вопросительным знаком. Что надо знать для того, чтобы ранить вопрос задачи?

Ученик. Надо знать, сколько продали винограда в первый день и сколько во второй день.

Учитель (чертит на доске две стрелки и к каждой стрелке по кружку). Известно ли нам, сколько продали винограда в первый день и сколько продали во второй день?

Ученик. Нет, неизвестно.

Учитель. Что надо знать, чтобы решить каждый из этих вопросов?

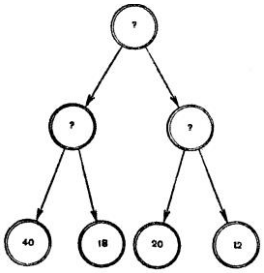
Ученик. Надо знать, сколько ящиков продавали и сколько килограммов было в каждом ящике.

Учитель (чертит две стрелки от правого кружка и две стрелки от левого кружка, по одному кружку к каждой стрелке). Знаем ли мы, сколько ящиков продали в первый день и по сколько килограммов было в каждом ящике?

Ученик. Знаем. В левый кружок надо записать 40, а в правый 18.

Учитель. Знаем ли мы, сколько ящиков продали во второй день и по сколько килограммов было в каждом ящике?

Ученик. Знаем. В левый кружок надо записать 20, а в правый 12.



Анализ закончен. Теперь надо перейти к составлению плана. Дети повторяют вопросы, а учитель ставит римские цифры около соответствующих кружков, После этого следует запись решения в тетрадях.

Черчение схемы анализа на доске производится учителем, Но позднее можно научить детей чертить такие схемы в тетрадях, посвятив этому вопросу отдельный урок. Чтобы не терять времени на черчение схем в классе, можно задать эту работу на дом.

В IV классе применение аналитического способа разбора задач продолжается. Здесь анализ осложняется в двух отношениях: с одной стороны, берутся более трудные задачи, с другой стороны, от учащихся требуется в формулировке рассуждений большая самостоятельность. Анализируя задачу, ученик связно рассуждает, поясняет разбор задачи чертежом на доске, или, если задача решена дома, рассуждает вслух, глядя на чертёж в тетради.

В начале года учащиеся IV класса упражняются в анализе задач примерно той же степени трудности, что и в III классе. С некоторой осторожностью надо подходить к задачам с выражением больше или меньше на столько-то или во столько-то раз. Много таких задач решается в III и даже во II классе, но с применением простейшего анализа. В IV классе они решаются с применением полного анализа. Здесь имеются в виду задачи следующего вида, например: «Самолёт пролетел в первый день 1940 км, во второй на 340 км больше. В третий день он

пролетел на 895 км меньше, чем в первые два дня вместе. Сколько километров пролетел самолёт в три дня?»

Разбирая эту задачу, нужно рассуждать так: «Для того чтобы ответить на главный вопрос задачи, надо знать: сколько километров пролетел самолёт в первый день (1940 км), во второй (?)) и в третий день (?).

Для того чтобы узнать, сколько километров самолёт пролетел во второй день, надо знать, сколько километров пролетел он в первый день (1940 км) и на сколько больше во второй день (на 340 км). Для того чтобы узнать, сколько километров пролетел он в третий день, надо знать: сколько километров он пролетел в первый и второй день вместе (?) и на сколько меньше он пролетел в третий день (на 895 км).

Для того чтобы узнать, сколько километров пролетел самолёт в первый и второй день вместе, надо знать, сколько километров он пролетел в первый день (1940 км) и сколько во второй. Последний вопрос можно решить сразу. С него и начнём составление плана».

При переводе этого рассуждения на язык схемы последняя получается довольно сложной, поэтому применение её представляется нецелесообразным.

В IV классе одновременно ведётся усиленная работа по усвоению учащимися зависимости между величинами, в особенности между теми из них, которые чаще встречаются в задачах и в практической жизни: между ценой, стоимостью и количеством, между расстоянием, скоростью и временем, между общим весом, количеством

предметов и весом каждого предмета, между общим урожаем, урожаем с единицы площади и величиной площади и т. д.

На устном решении несложных задач дети усваивают: какую величину можно найти по двум данным величинам (по скорости и времени—расстояние; по цене и количеству—стоимость; по площади и общему урожаю—урожай с единицы площади—ара или гектара и т. д.); какие две величины надо иметь в качестве данных, чтобы определить искомую величину (для нахождения цены достаточно знать стоимость и количество; для отыскания пути, пройденного телом, достаточно знать скорость и время движения; для нахождения общего веса—весовую единицу и количество таких единиц и т. д.).

Знание зависимости между величинами является необходимым условием для успешного проведения анализа. Если дети слабо разбираются в этом вопросе, их рассуждения будут сбивчивы и ошибочны.

Итак, облекая анализ задачи в определённую словесную форму, добиваясь от детей точных формулировок сначала в виде ответов на наводящие вопросы, позднее в виде связного рассуждения, мы создаём условия, при которых мышление формируется и развивается, а это в свою очередь является условием успешного решения задачи.

Много из того, что говорилось об анализе в применении его к разбору составных арифметических задач, относится и **клиповым задачам.** Некоторые типы задач поддаются аналитическому разбору, как и составные арифметические задачи. Сюда относятся задачи, решаемые **способом приведения к единице на нахождение среднего арифметического, на сложное тройное правило, задачи на движение.** Но некоторые типы задач, решаемых в начальной школе, требуют применения анализа особого рода. В других случаях в этом анализе большую роль играет установление причинно-следственных связей между изменяющимися величинами; таковы задачи на нахождение неизвестного по разности числовых значений данной величины и задачи, решаемые способом исключения одной из величин. В других случаях в этом анализе большое значение имеет введение условной единицы—таковы задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности, по их сумме и кратному отношению.

Каждая разновидность анализа имеет свою словесную форму и представляет определённый тип рассуждения, с которым дети должны освоиться. В силу структурных особенностей типовых задач рассуждения при их решении играют ещё большую роль, чем при решении составных арифметических задач. Нередко они являются единственным ключом к отысканию способа решения данной типовой задачи, так как

путём рассуждений ученику удаётся вскрыть подлинные связи и отношения между данными в задаче величинами. Разумеется, что наглядность и конкретность обучения сохраняют при решении большинства задач свою силу и значение в полной мере.

Для того чтобы облегчить учащимся понимание типовых задач и усвоение схемы рассуждения, сопутствующего их решению, чрезвычайно важно знакомить учащихся с типовыми задачами в такой системе, которая обеспечивала бы непосредственную близость задач, имеющих нечто общее в схеме рассуждений. Рассмотрим форму анализа типовых задач, расположив их в группы по признаку общности в схеме рассуждений.

Задачи на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на сложное тройное правило. Решение задач этой группы знакомит учащихся с пропорциональной зависимостью величин (в первую очередь с прямой пропорциональной зависимостью), которая часто встречается в природе и в повседневной практике людей. Эти правила объединяют в одну группу задачи, неодинаковые по сложности и трудности, от лёгких задач на «приведение к единице», решаемых уже в I классе, до задач на сложное тройное правило, доступных только учащимся IV класса, При анализе этих задач в рассуждениях учащихся должна быть подчёркнута пропорциональная зависимость данных в задаче величин (количество товара и его стоимость, длина пути и

продолжительность движения, число рабочих и объём работы и т. д.).

Решим задачу: «За 5 м ситца уплатили 30 руб. Сколько стоит 3 м такого ситца?»

Разбор задачи: Для того чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько стоит 1 м ситца. Для того чтобы узнать, сколько стоит 1 м ситца, надо знать, сколько метров было в первом куске (5 м} и сколько заплатили за этот кусок (30 руб.).

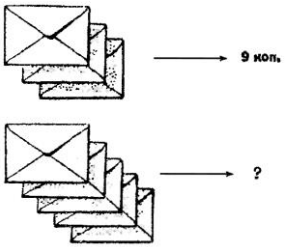
Так как оба данные имеются, то с них и надо начать решение.

Рассуждение: «Если 5 м стоят 30 руб., то 1 м стоит в 5 *раз меньше* (30 руб. : 5 = 6 руб.). Если 1 м стоит 6 руб., то 3 м стоят в 3 *раза больше* (6 руб. X 3 = 18 руб.)».

Эти суждения весьма существенны, так как в них находит своё выражение прямая пропорциональная зависимость количества ситца и его стоимости. Ученик III класса должен хорошо владеть таким рассуждением.

Для большей наглядности полезно придавать записи условия задачи такую форму, при которой однородные величины приведены в соответствие.

При первоначальном знакомстве с задачами этого рода следует иллюстрировать содержание задачи рисунком. Например, задача «3 конверта стоят 9 коп. Е Сколько стоят 5 таких конвертов?» может быть проиллюстрирована приводимым здесь рисунком.



По форме анализа и рассуждения к задачам на простое тройное правило близки задачи на пропорциональное деление. «Приведение к единице» входит в эти задачи в качестве составного элемента.

Решим задачу: «За два куска одинаковой материи уплатили 360 рублей. В первом куске было 5 м, во втором куске 4 м. Сколько рублей стоил каждый кусок?»

Из решения этой задачи нетрудно видеть, что она сводится к задаче на простое тройное правило, решаемое способом прямого приведения к единице.

При анализе этой задачи надо обратить внимание на вопрос задачи.

Учитель. Сколько ответов будет в этой задаче?

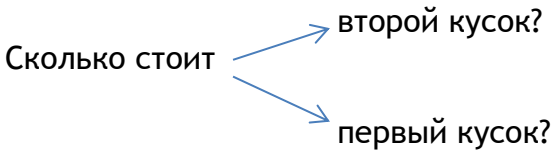
Ученики. Два ответа.

Учитель. Почему?

Ученик. Потому что спрашивается, сколько стоит каждый кусок. А кусков—два, и они неодинаковы по размеру.

Учитель. Итак, вместо главного вопроса в плане будут два отдельных вопроса: сколько стоит первый кусок и сколько стоит второй кусок.

Записывая условие задачи на доске, учитель делает запись вопроса с раздвоением:



Учитель. Узнаем сначала, сколько стоит первый кусок.

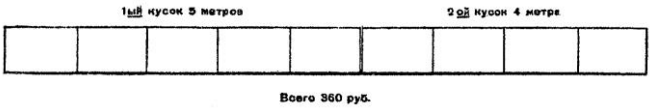
Разбор задачи в связном изложении: «Узнаем, сколько стоит первый кусок. Чтобы решить этот вопрос, надо знать, сколько было метров в куске (5 м) и сколько стоит 1 м (?).

Чтобы узнать, сколько стоит 1 м материи, надо знать, сколько было метров материи (?) и сколько стоила вся материя (360 руб.).

Чтобы узнать, сколько было всего материи, надо знать, сколько метров было в первом куске (5 м) и сколько метров было во втором куске (4 м).

Составим план решения. Первый вопрос: «Сколько метров было в двух кусках?» И т. д.

В качестве наглядного пособия можно использовать графическую иллюстрацию.



Задачи на сложное тройное правило по способу решения, как известно, сводятся к задачам на простое тройное правило. В начальной школе они решаются также приведением к единице. Но по смысловому содержанию они

значительно сложнее задач на простое тройное правило, так как в них вводятся величины, находящиеся в пропорциональной зависимости не от одной, а **от нескольких** других величин. Например: «На 7 станках за 5 часов изготовляют 630 деталей. Сколько деталей изготовят на 10 станках за 8 часов?» Здесь искомое—число деталей—пропорционально числу станков и продолжительности их работы. Метод решения этих задач является обобщением метода приведения к единице.

Для облегчения понимания способа решения этих задач в их более сложном виде, нужно предварительно упражнять детей в решении простейших задач этого типа. Например: «На 7 станках за 5 часов изготовляют 630 деталей. Сколько деталей можно изготовить на одном станке за 1 час?» Или: «На одном станке за 1 час можно изготовить 18 деталей. Сколько деталей можно изготовить на 10 станках за 8 часов?»

В начале разбора этой задачи надо подчеркнуть главное и основное в ней: число деталей зависит от двух величин—от числа станков и от числа часов. Чем больше (меньше) станков, тем больше (меньше) деталей. Чем больше (меньше) продолжительность работы, тем больше (меньше) деталей. В этом состоит суть пропорциональной зависимости числа деталей от числа станков и продолжительности их работы. Затем надо указать, что переход от данного количества станков и часов к единице станков и единице времени совершается не сразу, а постепенно.

7 ст. 5 час. — 630 деталей
1 ст. 5 час. — 630 деталей: 7
1 ст. 1 час — 630 деталей: 7:5

С такой же постепенностью делается и переход от 1 станка и 1 часа к 10 станкам и 8 часам работы.

Существенно важно, чтобы условие задач на сложное тройное правило записывалось в 2 строки:

7 ст. 5 час. — 630 деталей
10 ст. 8 час. — ?

В такой записи сопоставлены значения однородных величин, а это облегчает решение задачи.

Задачи на нахождение неизвестного по разности двух чисел и задачи, решаемые способом исключения одной из величин, имеют некоторые черты сходства с задачами предыдущей группы. Это также задачи с пропорциональными величинами. Некоторое сходство у них есть и в способах решения. Но по характеру анализа и по типу рассуждения эти задачи, имея между собой много общего, резко отличаются от предыдущих задач. Как уже указано выше, анализ в этих задачах основывается на установлении причинно-следственной связи между данными в задаче величинами и на выводах, вытекающих из этой связи.

Обратимся к конкретной задаче этого типа: «С одного участка сняли 36 мешков картофеля, с другого 29 таких мешков. С первого участка

получили на 336 кг больше, чем со второго. Сколько килограммов картофеля сняли с каждого участка?»

Из вопроса видно, что эта задача требует двух ответов: сколько килограммов картофеля сняли с первого участка и сколько килограммов сняли со второго участка, Эти два вопроса и должны войти в план решения.

Уже при чтении условия этой задачи нужно установить причинно-следственную зависимость между разницей в количестве килограммов и разницей в количестве мешков: «С первого участка получили картофеля на 336 *кг* больше потому именно, что с него сняли на 7 мешков больше». Далее, на основе этих двух разностей нужно сделать умозаключение: «В 7 мешках содержится 336 *кг* картофеля». После этого решение данной задачи сводится к решению задачи способом прямого приведения к единице.

Таким образом анализ и рассуждения, приводящие ученика к правильному решению этой задачи, имеют свою специфику, вытекающую из условий задачи. Ученик должен уметь уловить эту особенность условия и сделать из неё логический вывод. Для того чтобы помочь ученику, нужно предпослать решению таких задач решение простых задач, в которых обе разности прямо даны.

Например: «Коля купил на 3 карандаша больше, чем Ваня, и уплатил на 24 коп. больше. Сколько стоит один карандаш?», «Один поезд был в пути больше, чем другой, на 2 часа и прошёл больше на 98 км. Какова скорость поездов в час

(при условии одинаковой скорости их движения)?» И т. д.

На установление причинно-следственной связи величин, что имеет в данном типе задач решающее значение, учитель наталкивает учащихся постановкой вопроса «почему?»

Рассмотренный нами тип задач находит своё развитие в задачах, решаемых способом исключения одной из величин.

Возьмём задачу: «В первый раз купили 5 м сатина и 12 м полотна и 488 за всю покупку уплатили 145 руб. Во второй раз за 5 м сатина и 7 м полотна заплатили 95 руб. Сколько стоит 1 м сатина и 1 м полотна?»

Читая условие этой задачи, дети улавливают причинно-следственную связь между разницей в количестве полотна и разницей в его стоимости. По одному взгляду на числовые данные видно, что в первый раз куплено полотна больше, чем во второй раз, и заплачено больше, при одинаковом количестве сатина. Это уже определяет ход рассуждения, которое надо использовать при решении этой задачи. Запишем числовые данные в две строчки н расчленим вопрос задачи на два вопроса:

5 м сат. и 12 м пол. — 145 руб.
5 м сат. и 7 м пол. — 95 руб.

Сколько стоит → 1 м сат.?
Сколько стоит → 1 м пол?

Разбор задачи:

Учитель. Почему во второй раз за материал уплатили меньше, чем в первый? Зависит ли это от сатина?

Ученик. Нет, так как сатина купили столько же.

Учитель. А полотна?

Ученик. Полотна купили меньше, потому и заплатили меньше.

Учитель. Посмотрите на вопросы, записанные под чертой. На который из них легче ответить?

Ученик. Легче узнать сколько стоит 1 м полотна. Учитель. Как это узнать?

Ученик. Надо узнать, на сколько меньше во второй раз заплатили, на сколько меньше купили полотна, а затем узнать, сколько стоит 1 м полотна.

Рассуждение носит синтетический характер; оно опирается на причинно-следственную зависимость, которая была установлена.

На этом можно остановиться, чтобы записать план и решение первой части задачи.

План и решение:

1) На сколько метров меньше купили полотна во второй раз?

12 м — 7 м = 5 м.

2) На сколько меньше во второй раз заплатили?

145 руб. — 95 руб. = 50 руб.

3) Сколько стоит 1 м полотна?

50 руб.: 5 руб. = 10 руб.

После записи переходим к анализу второй части задачи.

Учитель. Что ещё осталось узнать?

Ученик. Осталось узнать, сколько стоит 1 м сатина.

Учитель. Для этого нам достаточно взять только одну строчку, например, вторую. Составим задачу, из которой можно было бы узнать, сколько стоит 1 м сатина.

Ученик. За 5 м сатина и 7 м полотна заплатили 95 руб. Метр полотна стоит 10 руб. Сколько стоит метр сатина?

Эта задача (на смешение 1-го рода) подвергается анализу, составляется план её решения и находится стоимость одного метра сатина.

Из сказанного видно, что обе задачи, рассмотренные выше, имеют большое значение в развитии логического мышления учащихся.

Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и кратному отношению. Арифметическая основа этих задач—пропорциональное деление. В курсе арифметики V класса эти задачи входят в качестве подвида в задачи на пропорциональное деление. Но в начальных классах они выделяются из этого тина задач, занимают самостоятельное место и имеют особое значение. На этих задачах у детей формируется понятие о так называемой условной единице (части); на этих задачах они учатся заменять отношения между конкретными числами отношением отвлечённых частей, что предполагает предварительное усвоение понятий о целом и его части.

Анализ этих задач в начальной школе и связанный с ним тип рассуждения резко отличается от типа рассуждения при решении задач на пропорциональное деление. Это даёт задачам «на части» право на самостоятельное место.

При первоначальном ознакомлении учащихся с этим типом задач полезно за исходную взять хорошо известную детям задачу на пропорциональное деление. Например: «После помола из 240 *кг* зерна получился 1 мешок отрубей и 4 таких же по весу мешка муки. Сколько вышло килограммов отрубей и сколько килограммов муки?»

После решения этой задачи проводится беседа.

Учитель. Предположим, что мешок отрубей составляет 1 часть общего веса отрубей и муки. Сколько таких же частей приходится на муку?

Ученик. 4 части.

Учитель. А всего сколько получилось равны х частей?

Ученик. Всего 5 равных частей.

Учитель. Как получилось число 5?

Ученик. К одной части прибавить четыре части, получится 5 частей. Под руководством учителя дети изменяют формулировку исходной задачи:

«После помола из 240 *кг* зерна вышла 1 часть отрубей и 4 таких же по весу части муки. Сколько получилось в отдельности килограммов отрубей и муки?»

Задачу повторяют и решают, изменив первый вопрос. Теперь он формулируется так: сколько было всего равных частей?

Необходимо следить, чтобы дети не пропускали слова «равных», поскольку неравных частей только две (отруби и мука) и дети поэтому склонны, решая такие задачи, делить общую сумму на 2 равные части.

Некоторое время надо задержаться на решении таких задач, чтобы приучить детей к правильной формулировке первого вопроса.

После этого берётся такая же задача и ещё раз меняется её формулировка.

Учитель. Чего получилось больше: муки или отрубей?

Ученик. Муки получилось в 4 раза больше, чем отрубей.

Под руководством учителя задача формулируется по-новому:

«После помола из 240 кг зерна получилось муки в 4 раза больше, чем отрубей. Сколько получилось килограммов отрубей и муки в отдельности?» В дальнейшем анализ таких задач будет состоять в следующем:

«В этой задаче два ответа. Поэтому вместо главного вопроса у нас будет два вопроса: 1) сколько получилось килограммов отрубей? и 2) сколько получилось килограммов муки?

Узнаем, сколько получилось килограммов отрубей.

В задаче сказано, что муки было в 4 раза больше, чем отрубей. Это значит, что отрубей была 1 часть, а муки 4 таких же части.

Для того чтобы узнать, сколько килограммов приходится на 1 часть, надо знать: сколько было всего равных частей (?) и сколько было всего зерна (240 *кг*).

Чтобы узнать, сколько было всего равных частей, надо 1 часть и 4 части сложить. С этого и надо начать решение задачи.

Составим план решения».

Сформулировав первый и второй вопросы, ученик добавляет к ним третий, который теперь может быть решён на основании предыдущего.

В IV классе после основных задач можно дать целый ряд осложнённых задач такого же рода.

Решая такие задачи, дети привыкают до начала решения делать запись, из которой видно, сколько равных частей приходится на каждое слагаемое. После этого рассуждение строится совершенно так же, как это было показано выше.

Переходим к **задачам на нахождение чисел по их сумме и разности.** К этому времени учащиеся успевают достаточно освоиться с понятием условной части, научиться переводить на этот условный язык соотношение между конкретными данными задачи. Поэтому переход к новому типу задач, тоже требующих выбора некоторой условной единицы, несмотря на осложняющую дело разность, не вызовет особых затруднений.

Возьмём такую задачу, связав её для начала с мерами длины, чтобы можно было обратиться к помощи полосок для иллюстрации «частей» и излишка, на которые придётся разлагать данную сумму:

«Купили 27 м чёрного и красного сатина, причём красного сатина было на 3 м больше чёрного. Сколько купили чёрного и красного сатина в отдельности?»

Учитель. Какого сатина было меньше: красного или чёрного?

Ученик. Чёрного сатина было меньше.

Учитель. Изобразим кусок чёрного сатина в виде полоски (рисует на доске полоску). Предположим, что чёрный сатин составляет одну часть всего купленного материала. Что можно сказать в таком случае о красном сатине?

Ученик. Красного сатина на 3 м больше, т. е. столько же и ещё 3 м.

Учитель. Чёрный сатин составляет одну часть. А красный?

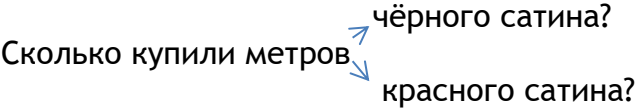
Ученик. Одну часть и ещё 3 м.

Учитель рисует на доске полоску, изображающую красный сатин и записывает числовые данные.

Учитель. Составим табличку, как вы это делали в других случаях, и запишем вопросы задачи.

Под рисунком появляется запись:

Чёрный сатин—1 ч.
Красный» —1 ч. и 3 м.



Далее следует рассуждение, которое ведётся сначала по вопросам учителя, а затем излагается учениками в связной форме:

«Два вопроса нельзя решать одновременно. Узнаём сначала, сколько купили чёрного сатина, который составляет 1 часть всего материала.

Для того чтобы узнать, сколько метров приходится на 1 часть, надо знать: сколько. было всего равных частей (?) и сколько метров сатина приходится на эти части (?).

Сколько было всего равных частей, можно узнать сразу: 1 ч. + 1 ч.

Сколько метров приходится на эти равные части, тоже можно узнать сразу: 27 м —3 м.

Составим план решения.

1) Сколько было всего равных частей?

2) Сколько метров приходится на эти равные части?

3) Сколько купили метров чёрного сатина?

К этим трём вопросам можно теперь присоединить и четвёртый, так как он может быть решён на основании всего предыдущего:

4) Сколько купили метров красного сатина?»

Рассуждение это нельзя назвать обыкновенным полным анализом—это анализ особого рода, когда нам приходится расчленять главный вопрос задачи, оперировать условными «частями», прибегать то к полному, то к неполному анализу («можно узнать сразу»).

На первый взгляд может показаться, что первый вопрос (сколько было всего равных частей)—не нужен. До сих пор он обычно не ставился. Однако, вопрос этот играет существенную роль.

Во-первых, он объясняет происхождение числа 2, которое выступает в дальнейшем в роли делителя и которое всё же прямо в задаче не даётся. Действие, которым оно находится, опускалось только потому, что очень уж просто прибавить единицу к единице. Но с логической точки зрения такой пропуск является игнорированием одного из звеньев всего рассуждения.

Во-вторых, узнав, сколько было всего равных частей, мы можем очень просто сформулировать и второй вопрос.

В-третьих, узнавать, сколько было всего равных частей, нам уже приходилось при решении задач на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению. Не менее существенным является этот вопрос при решении **осложнённых** задач на нахождение слагаемых по их сумме и разности.

Поясним это на конкретной задаче:

«За четыре дня самолёт пролетел 3890 км, причём во второй день он пролетел на 85 км больше, чем в первый, в третий день на 35 км больше, чем во второй, а в четвёртый столько, сколько в первый и во второй дни вместе. Сколько километров пролетел самолёт в каждый из этих дней?»

Работа над задачей начинается с составления таблички:

1-й день — 1 ч.
2-й день — 1 ч. и 85 км
3-й день — 1 ч. и (85 км + 35 км)
4-й день — 9 ч. и 85 км.

Затем проводится анализ применительно к вопросу, сколько километров приходится на 1 часть.

После этого составляется план решения:

1) Сколько было всего равных частей?

2) Сколько было сверх того километров? (Или: сколько километров приходится на излишки?)

3) Сколько километров приходится на все равные части?

4) Сколько километров пролетел самолёт в первый день? И т. д.

Задачи на движение. Задачи на встречное движение и на движение тел в одном направлении, когда одно тело догоняет другое, выделяются в особую группу, несмотря на То, что они поддаются анализу как обыкновенные составные арифметические задачи. Они не растворяются в массе других задач и составляют особый тип задачи на следующем основании: а) в задачах на встречное движение даются направленные величины с двусторонним и притом равномерным изменением; 6) задачи на движение связаны с пространством и временем; решая их, ученик развивает свои пространственные представления; в) в задачах на движение участвуют три величины: путь, скорость и время; решая эти задачи, ученик усваивает зависимость между этими величинами.

Всё это составляет весьма существенную специфику задач на движение. Не следует игнорировать эту специфику и растворять эти задачи в массе других, решаемых по одной формуле.

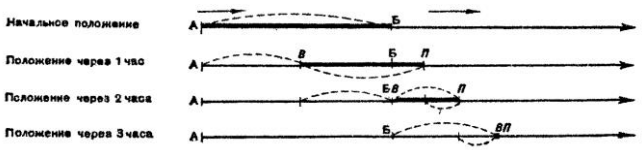
При решении задач на движение необходимо широко пользоваться **графическим** и иллюстрациями. Графика здесь имеет особенно большое значение. В задачах на движение отрезок на чертеже изображает в уменьшённом виде действительные расстояния. Все изменения величин ученик должен уметь показать на чертеже, на отрезке.

Некоторые трудности для детей могут составить задачи на движение двух тел, когда одно тело догоняет другое. В этих задачах особенно полезны графические иллюстрации.

Возьмём задачу:

«Пункт *А* находится на расстоянии 24 км от пункта Б. Из пункта *А* выехал по направлению к пункту Б велосипедист, ехавший со скоростью 12 км в час. В то же время из пункта Б вышел пешеход, шедший со скоростью 4 км в час. Через сколько часов велосипедист догонит пешехода?» (велосипедист и пешеход движутся в одном направлении).

Пониманию хода решения этой задачи может способствовать специальный рисунок.



Цель чертежа—показать в динамике, как постепенно, час за часом, сокращается расстояние, отделяющее велосипедиста от пешехода, от 24 км до 0 км.

Сокращение расстояния при движении двух тел с неодинаковой скоростью полезно продемонстрировать вначале на движении двух учащихся в классе.

Чертежи, иллюстрирующие **встречное** движение, более элементарны.

По характеру чертежа видно, что он иллюстрирует собой задачу на встречное движение, в которой по двум данным скоростям и времени движения требуется найти расстояние от точки *М* до точки *Л*. Чертёж подсказывает и решение задачи:

1) 48 *км* X 7 = 336 *км*
2) 45 *км* X 7 = 315 *км*
3) 336 *км* + 315 *км* = 651 *км*.

Ответ: 651 *км*. Другой способ решения этой задачи:

1) 48 *км* + 45 *км* = 93 *км*
2) 93 *км* X 7 = 651 *км*.

Ответ: 651 *км*.

Решение типовых задач должно проводиться по строго определённой системе с заранее продуманным чередованием типов задач и вариантов внутри данного типа, Типовые задачи нужно решать в такой последовательности, при которой решение задач предыдущего типа помогает усвоению задач последующего типа.

Учитывая характеристику рассмотренных типов задач, нужно признать наиболее целесообразной следующую систему их расположения:

III класс.

1. Задачи на простое тройное правило, решаемые способом приведения к единице (прямым и обратным).
2. Задачи на пропорциональное деление.
3. Задачи на нахождение неизвестного по разности двух чисел.
4. Задачи на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению.
5. Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности.
6. Задачи на встречное движение.

IV класс.

1. Задачи на простое тройное правило, решаемые способом отношений.
2. Задачи на сложное тройное правило.

3. Усложнённые задачи на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению.

4. Усложнённые задачи на нахождение чисел по их сумме и разности.

5. Задачи, решаемые способом исключения одной из величин.

6. Задачи на движение двух тел в одном направлении.

7. Задачи на вычисление среднего арифметического.

Изучая тот или иной тип задач, не следует вводить подряд чрезмерно большого количества однородных задач, отличающихся только сюжетом и числами, так как при этом решение задач обращается в решение по шаблону, по трафарету. Но вместе с тем не следует и слишком рано вводить дополнительные условия в задачу данного типа, чтобы не отвлечь внимания детей от основного приёма решения.

Надо уделять большое внимание варьированию структуры задачи, изменению формулировки задачи, чтобы дети учились распознавать одинаковую математическую структуру за различной внешней формой.

Чтобы устранить возможность решения задач по шаблону, нужно, решая задачи одного типа, вводить такие задачи («контрольные»), которые не принадлежат к данному типу, но имеют с ним некоторые сходные черты. Решение таких задач будет способствовать более глубокому осознанию и более точной дифференциации типового приёма решения.

Нужно чаще прибегать к **сопоставлению** и **противопоставлению** задач различных типов,

содержащих некоторые сходные элементы в условии. Это способствует успешному формированию понятия о типе задачи.

Сложившееся таким образом у детей понятие о типе задачи может найти своё закрепление в наименовании типа задачи.

Уроки решения типовых задач, как впрочем и всяких других задач, должны строиться так, чтобы понятие о типах задач формировалось в процессе **самодеятельности** учащихся. Ценен такой метод работы, когда дети под руководством учителя **сами** находят решение задач данного типа. Этому может способствовать: использование наглядности, запись условия в виде схемы, вскрывающей отношение между данными в задаче величинами, сравнение данной задачи с другими задачами, известными учащимся. С этой же целью задачи для первоначального знакомства с новым типом должны даваться с небольшими числами, вполне доступными для устных вычислений, чтобы вычисления не отвлекали внимания учащихся от смысловой стороны задачи.

После решения 5—8 задач одного типа необходимо проводить упражнения в **самостоятельном** составлении учащимися своих задач данного типа. Этими упражнениями достигается более глубокое понимание учащимися как структуры типовой задачи, так и способа её решения.

Решение задач имеет большое значение для развития логического мышления учащихся, для развития у них внимания, воображения и волевых качеств. Огромное значение имеет решение задач и в отношении воспитания у детей таких качеств,

как самостоятельность в мышлении и действиях, творческое отношение к труду, инициатива, точность в вычислениях и в выражении мыслей, аккуратность и исполнительность. Наряду с этим решение задач должно быть использовано и в целях идейно-политического воспитания учащихся. В тематике задач, в их содержании находит своё отражение наша советская действительность: социалистическое строительство во всех областях жизни, борьба трудящихся за выполнение пятилетнего плана, борьба стахановцев и передовиков сельского хозяйства за повышение производительности труда, забота партии и правительства о советских людях (огромные материальные и денежные расходы на культуру, на помощь многосемейным матерям, на помощь инвалидам и т. д.).

В существующих задачниках не все темы, отражающие нашу современность, представлены с достаточной полнотой. В особенности это относится к послевоенному пятилетнему плану восстановления и развития народного хозяйства СССР (на 1946—1950 гг.). Поэтому самому учителю нужно брать числовые данные плана и составлять разного рода задачи, которые по содержанию доступны пониманию учащихся начальных классов. Приведём образцы таких задач:

1. «В 1913 г. было выпущено 8900 автомобилей. Если это число увеличить в 56 раз и прибавить 1 600, то получится число автомобилей, которое будет выпущено в 1950 г. Сколько автомобилей будет выпущено к концу 1950 г. ?»

Ответ: 500 тысяч.

2. «На культурно-бытовое обслуживание трудящихся СССР было израсходовано в 1940 г. 41 млрд. руб., а в 1950 г. намечено израсходовать 106 млрд. руб. На сколько миллиардов рублей будет израсходовано в 1950 г. больше по сравнению с 1940 г.?»

Ответ: на 65 млрд. руб.

При составлении подобного рода задач желательно использовать числовые данные, относящиеся к той области (краю), городу, селу, в котором находится школа.

Наряду с использованием материалов пятилетнего плана для составления задач нужно брать факты из текущей жизни, в которых отражается борьба трудящихся за повышение производительности труда и улучшение жизненных условий широких слоёв населения, Такие факты приводятся обычно в отчётах правлений колхозов и промышленных предприятий; они публикуются в районных, областных и центральных газетах. Особенно интересны и убедительны для учащихся факты, взятые из жизни своего колхоза, завода, фабрики.

Так, для детей колхоза «Комсомолец» Кубанской области интересна будет следующая задача: «В нашем колхозе средний урожай озимой пшеницы—175 пудов с гектара. Но звено комсомолки Анны Крепкой сняло с 24 *га* 5976 пудов. На сколько выше среднего урожай с одного

гектара у Анны Крепкой?» (факт опубликован в «Правде»).

Общественная работа учащихся также может находить своё отражение в задачах. Дети принимают участие в сборе колосьев, в борьбе с вредителями сельского хозяйства, в сборе лекарственных трав, помогают колхозу в выполнении некоторых сельскохозяйственных работ. Общественное значение этой работы, её польза могут характеризоваться очень убедительными цифрами.

Воспитательное влияние таких задач на детей несомненно: дети приобщаются к тем интересам, которыми живёт в данный момент вся страна; детям показывают Таким образом лучших людей нашей страны, дети заражаются трудовым энтузиазмом.

Такие задачи являются хорошим дополнением к задачам, решаемым в классе и дома по задачнику.

Составляя и решая задачи на местном материале, на «живых» числах, обучаясь арифметике, дети вместе с тем учатся и самой передовой в мире советской трудовой культуре.

ПРИМЕРНЫЕ УРОКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПИСЬМЕННЫМ ОБЪЯСНЕНИЕМ

IV КЛАСС

На 1-м уроке, посвящённом формированию навыков в письменном объяснении задач на сложение, вычитание, умножение и деление, цель урока может быть сформулирована примерно так: «При решении задачи нужно уметь объяснить задачу, объяснить, почему вы в одном случае числа складываете, в другом—делите, в третьем—умножаете и т. д. Вы умеете распознавать и давать устное объяснение. Сегодня на уроке мы поучимся составлять письменное объяснение, И впредь мы будем решать задачи не только с устным, но и с письменным плавом, с письменным изложением объяснения».

Учитель предлагает детям для устного решения элементарную задачу: «Ученик купил в магазине чернила и ручку. Чернила стоили 36 коп., а ручка на 8 коп. дешевле. В уплату ученик дал в кассу 1 руб. Сколько он получил сдачи?»

После усвоения условия составляется устный план решения и формулируется подробное объяснение каждого действия. Составив устно объяснение первого действия, дети далее, по предложению учителя, записывают в тетради это объяснение. После этого переходят к подробному устному объяснению второго действия. Устная формулировка объяснения второго действия далее записывается учащимися в свои тетради. Так ведётся работа н над последнем—третьим действием. В результате в ученических тетрадях получается следующая запись:

Задача:

Ученик купил чернила и ручку. Чернила стоили 36 коп. ручка—на 8 коп. дешевле. В уплату ученик дал в кассу 1 руб. Сколько сдачи получил ученик?

Решение с письменным объяснением:

1) Сначала узнаем, сколько стоила ручка. Чернила стоили 36 коп., а ручка на 8 коп. дешевле. Чтобы узнать стоимость ручки, нужно 36 коп. уменьшить на 8 коп., или от 36 коп. отнять 8 коп.

36 коп. — 8 коп. = 28 коп.

2) Далее узнаем, сколько стоила вся покупка, если чернила стоили 36 коп.. а ручка 28 коп. Для того чтобы узнать стоимость всей покупки, надо 36 коп. и 28 коп. сложить.

36 коп. + 28 коп. = 64 коп.

3) Наконец, узнаем. сколько сдачи получил ученик. В уплату был дан 1 рубль, а покупка стоила 64 коп. Для того чтобы узнать, сколько получено сдачи, надо от 1 руб. отнять 64 коп.

1 руб. — 64 коп. = 36 коп.

Ответ: ученик получил 36 коп. сдачи.

Измерения на земле

Измерения на земле

—Теперь посмотрим,—говорит учитель,—как объясняется действие деления. Решим и объясним задачу: «За 5 м материи заплатили 200 руб. Сколько метров такой материи можно купить на 360 рублей?»

Работа над данной задачей ведётся в том же плане, как и над предыдущей зада- чей, т. е. сначала составляется устное объяснение первого действия, и это устное объяснение потом записывается в тетради. Далее такая же работа проводится и над вторым действием. На тщательность формулировки объяснения этого действия (деления по содержанию) учитель обращает особое внимание: оно труднее даётся детям, поэтому данное объяснение учитель формулирует по частям и несколько раз повторяет учащимся. прежде чем перейти к его записи.

В результате работы над второй задачей получается следующая запись:

Задача:

За 5 м материн уплатили 200 руб. Сколько метров такой материн можно купить на 360 руб.?

Решение с письменным объяснённом:

1) Сначала узнаем, сколько стоит 1 м материи. 5 м стоят 200 руб., а Ё м стоит в 5 раз меньше. Чтобы узнать стоимость 1 м, надо 200 руб. уменьшить в 5 раз, или разделить на 5.

200 руб. : 5 =40 руб.

2) Далее узнаем, сколько метров материи можно купить на 360 руб. Если 1 м стоит 40 руб., то на 360 руб. можно купить столько метров, сколько раз 40-руб. содержится в 360 руб. Чтобы узнать, сколько раз 40 руб. содержится в 360 руб., нужно 360 руб. разделить на 40 руб.

360 руб. : 40 руб. = 9.

Ответ: на 360 руб. можно купить 9 м материн.

Перед детьми ставятся следующие вопросы (на которые они дают ответы):

1) В каких случаях применяется сложение?

2) В каких случаях применяется вычитание?

3) Когда умножается одно число на другое?

4) Когда употребляется действие деления?

—При решении задачи с письменным объяснением,—заключает учитель,—мы всегда будем после устного составления плана писать вопрос плана н вслед за тем письменно объяснять то действие, которое мы производим для решенная вопроса.

На дом даётся задание решить с письменным объяснением задачу: «В 5 бидонов разлили поровну 100 л молока. 3 бидона сдали в столовую. Сколько литров молока осталось?».

На 2-м уроке целью урока является закрепление умения детей объяснять письменно действия при решении сложной арифметической задачи.

Ход урока. Учитель предлагает учащимся найти в задачнике задачу: «Для детского дома купили 24 *кг* муки за 192 руб. Затем ещё купили 175 *кг* муки и 80 *кг* пшена за 1 880 руб. На сколько 1 *кг* муки дороже 1 *кг* пшена?», молча прочитать про себя её условие, продумать и наметить план её решенная. Когда большинство учащихся поднимет руку, учитель предлагает одному из учеников прочитать задачу вслух н сказать устно пали её решения в форме вопросов. Ученик должен поставить следующие вопросы:

1) Сколько стоит 1 *кг* муки? 2) Сколько стоят 175 *кг* муки? 3) Сколько стоят 80 *кг* пшена? 4) Сколько стоит 1 *кг* пшена? 5) На сколько 1 *кг* муки дороже 1 *кг* пшена?

На основе намеченного устно плана производится решение задачи: подбор чисел, выбор действий и вычисления, которые располагаются в следующем порядке:

1) 192 руб. : 24 = 8 руб.
2) 8 руб. X 175 = 1400 руб.
3) 1880 руб.—1400 руб. = 480 руб.
4) 480 руб. : 80 = 6 руб.
5) 8 руб. —6 руб. = 2 руб.

Ответ: на 2 руб.

Затем учитель приступает к составлению устного объяснения к каждому действию с последующей записью этого объяснения. Объяснение каждого действия складывается из следующих моментов: формулировка вопроса, указание на те числовые данные, которые нужны для решенная вопроса, н объяснение, почему над названиями числами нужно произвести то или иное действие. Всё это проделывается сначала устно, а затем устно

сформулированные фразы записываются. В результате такой работы получается следующая запись:

Задача:

I— 24 *кг* муки стоят 192 руб.
II—175 *кг* муки н 80 *кг* пшена — 1 880 руб.
На сколько 1 *кг* муки дороже 1 *кг* пшена?

Решение задачи с объяснением:
1) Сколько стоит 1 *кг* муки?
24 *кг* муки стоят 192 руб., а 1 *кг* муки стоит в 24 раза меньше. Чтобы узнать цену 1 *кг* муки, нужно 192 руб. разделить на 24:

192 руб. : 24 =8 руб.

2) Сколько стоят 175 *кг* муки?
1 ка муки стоит 8 руб., а 175 *кг* стоят в 175 раз больше. Чтобы узнать стоимость 175 *кг*, нужно 8 руб. умножить иа 175:

8 руб. X 175 = 1400 руб.

3) Сколько стоят 80 кг пшена?
Вся мука в крупа стоят вместе 1880 руб., одиа же мука стоит 1400 руб. Чтобы узнать стоимость всей крупы, нужно от общей стоимости отнять стоимость муки:

1880 руб. — 1400 руб. = 480 руб.

4) Сколько стоит 1 *кг* пшена?
80 *кг* пшена стоят 480 руб., а 1 *кг* пшена стоит в 80 раз меньше. Чтобы узнать цену 1 *кг* пшена, нужно 480 руб. разделить на 80.

480 : 80 = 6 руб.

5) На сколько 1 *кг* муки стоит дороже 1 *кг* пшена?

1 *кг* муки стоит 8 руб., а 1 *кг* пшена —6 руб. Для того чтобы узнать, на сколько килограмм муки дороже 1 *кг* пшена, нужно от 8 руб. отнять 6 руб.

8 руб. —6 руб. = 2 руб.

Ответ: 1 *кг* муки стоит дороже 1 *кг* пшена на 2 рубля.

На дом даётся задание: решить задачу (из задачника) с письменным объяснением.

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ В НАЧАЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ

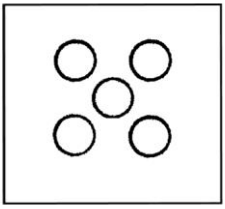
В программе по арифметике первых лет обучения элементы геометрии переплетаются с основным арифметическим материалом. Однако именно в младших классах важно установить наиболее правильные и рациональные методы ознакомления учащихся с началами геометрии и заложить в сознании детей прочный фундамент первоначальных пространственных представлений.

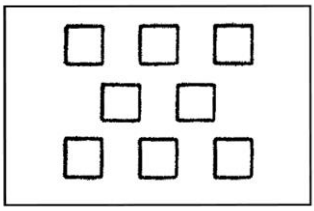
В I классе на первых же уроках необходимо проверить запас первоначальных представлений детей о величине предметов (большой—маленький, высокий—низкий, широкий—узкий и т. д.), об их относительном расположении (далеко—близко, справа—слева, в середине—с краю). Учитель может в сентябре провести с детьми ряд интересных наблюдений и игр, позволяющих выяснить запас у детей пространственных представлений. Так, во время прогулки на лужайку учитель может предложить детям собраться на её середине, а затем одним побежать вправо, а другим—влево. На той же лужайке учитель имеет все возможности проверить представления детей об относительном положении различных объектов (деревьев, кустов), а также об их относительной величине. Полезно принести в класс картину и провести беседу на тему, какие предметы видны на картине, какие из них больше, какие меньше, какие из них ближе, какие дальше.

В I классе нужно дать детям элементарные навыки линейных измерений. В течение года дети знакомятся с метром и сантиметром и при помощи их производят измерения различных длин и расстояний. Желательно, чтобы. каждый ученик сделал метр и линеечку длиной 20—30 см и, используя их при различных измерениях, составил правильное и точное представление о размерах метра и сантиметра. Большое значение имеет работа по уточнению глазомера учащихся. Дети по заданию учителя определяют на глаз различные длины или расстояния на местности, а затем при помощи контрольного их измерения устанавливают погрешности своего глазомера.

В деле развития пространственных представлений большое значение имеет решение таких задач, как, например: «Ширина реки зимой была 24 м. Весной во время половодья река с одной стороны вышла из берегов на 5 м, с другой стороны—на 12 м. Какой ширины была река во время половодья?»

Геометрические представления могут быть использованы при изучении чисел первого десятка. Понятие о числе формируется скорее и прочнее, если на помощь числовым представлениям детей приходят их пространственные представления. Поэтому изучение чисел первого десятка полезно иллюстрировать числовыми фигурами, используя при этом кружки, квадратики, треугольники. Например, число 5 можно иллюстрировать квадратом с пятью кружочками, число 8— восьмью квадратиками, заключёнными в прямоугольник.





На числовых фигурах дети хорошо уясняют состав чисел и первые действия над ними.

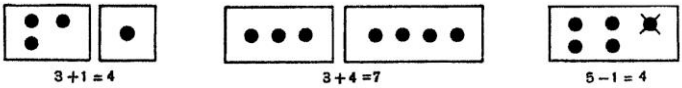
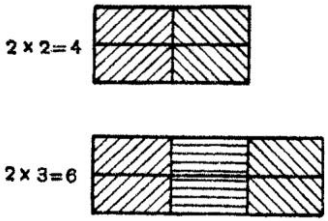


Таблица умножения чисел второго десятка также хорошо иллюстрируется при помощи геометрических фигур.



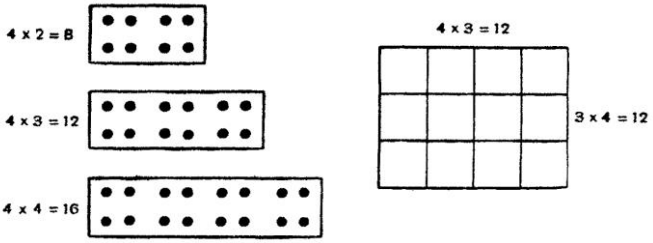
На этих уроках дети не только закрепляют навыки выполнения действий над числами, но попутно знакомятся с простейшими геометрическими фигурами: квадратами, треугольниками.

Во II классе учащиеся получают конкретное представление о длине километра. Вместе с учителем дети должны пройти по шоссе или

вдоль полотна железной дороги расстояние в один километр, установить время прохождения этого пути, увидеть длину пройденного расстояния, т. е. на практике составить конкретное представление о протяжённости километра.

Во II классе, как и в I, решаются задачи на развитие пространственных представлений детей.

При изучении действий над числами первой сотни и тысячи полезно применять геометрические иллюстрации. Так, таблицу умножения можно иллюстрировать геометрическими фигурами.



Интересное геометрическое изображение может получить переместительный закон умножения: «От перемены мест сомножителей произведение не меняется».

Учитель рисует на доске прямоугольник, разделённый на 12 клеточек, и предлагает учащимся сосчитать число клеточек этого прямоугольника вначале по рядам, затем по столбцам. Два результата подсчёта клеточек дети записывают: «4 X 3 = 12» и «3 X 4 = 12» и убеждаются в справедливости переместительного свойства умножения.

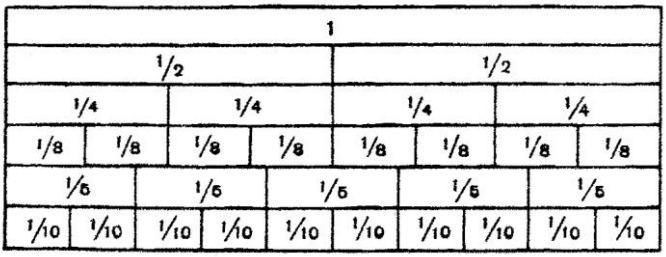
Понимание детьми разностного и кратного сравнения двух чисел в значительной степени облегчается, если эти сравнения сделать на прямолинейных отрезках или прямоугольных полосках.

В III классе дети изучают новые для них единицы измерения длины: дециметр и миллиметр. Они узнают, что в одном метре содержится 10 дециметров, изготовляют линеечки длиной в один дециметр, делят эти линеечки на сантиметры и получают конкретное представление о длине дециметра. Дети проводят практическое измерение дециметром размеров самых разнообразных предметов классной и внеклассной обстановки: длины и ширины классного стола, классного журнала, оконного стекла и т. д. Необходимо, чтобы результаты измерений ученики выражали и в метрах, и в дециметрах, и в сантиметрах, т. е. в виде составных именованных чисел. Так же учитель знакомит детей и с миллиметром. При этом ученики получают навыки аккуратного измерения небольших предметов: спичечной коробки, почтовой открытки и т. д.

В III классе продолжаются работы по, уточнению глазомера.

Следует предложить детям провести измерение длины своего шага в дециметрах и затем научиться определять шагами расстояния между отдельными пунктами в классе или на местности.

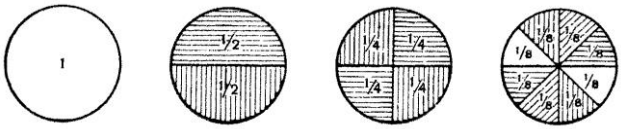
Дети знакомятся в III классе с масштабом и с вычерчиванием при его помаши определённых отрезков прямой на бумаге.



При ознакомлении с долями большое значение имеет использование геометрических представлений у детей. Допустим, что дети изучают долю «половина». Каждый получает бумажный или картонный кружок и затем по указанию учителя складывает его пополам. Каждую половину круга дети раскрашивают в разные цвета и устанавливают, что каждая часть круга представляет его половину. Так же поступают дети и с полосками бумаги (прямоугольниками): складывают их пополам и половины раскрашивают в разные цвета. Таким же путём они знакомятся с долями ¼ и $^1/_8$: складывают кружки и полоски бумаги вначале

пополам, а затем на четыре части (а при изучении доли $^1/_8$ на 8 частей), полученные доли фигур раскрашивают в разные цвета. $^1/_5$ и $^1/_{10}$ Ию доли дети изучают при помощи полос бумаги, разделённых на соответственное количество частей и раскрашенных в разные цвета.

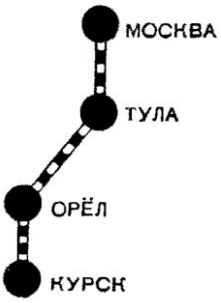
Доли единицы возможно изучать и на кругах, начерченных на классной доске или в тетради при помощи циркуля. Эти круги делятся на определённое количество секторов в зависимости от изучаемых долей. При сгибании круга на части дети получают наглядное представление о его центре и радиусах.



Для развития пространственных представлений должно быть использовано решение задач. Особенного внимания в этом отношении заслуживают задачи на движение, решение которых должно иллюстрироваться при помощи отрезков. Допустим, что дети решают задачи на встречное движение поездов или пешеходов. В этом случае они отмечают на прямой линии два пункта *А* и *Б*, затем равными отрезками отмечают скорости их встречного движения и, наконец, условным значком место их встречи.

Заслуживают внимания. задачи на определение относительного положения и

расстояний между отдельными городами. Допустим, что решается задача. «От Москвы до Курска через Тулу и Орёл 538 км. От Москвы до Орла 383 км, а от Тулы до Курска 344 км. Определить расстояние от Тулы до Орла». Дети вычерчивают схематическое расположение городов и определяют расстояние между городами.



В **III** классе имеются задачи на прямоугольные диаграммы; вычерчивание прямоугольников определённой высоты помогает детям наглядно представить соотношение между величинами задачи.

В **IV** классе учащиеся переходят к изучению специальных тем по геометрии: прямая линия и отрезок, углы, прямоугольник и квадрат и их площади, куб н прямоугольный параллелепипед и их объём. Изучение должно носить сугубо практический, действенный характер. Дети наблюдают прямые линии в виде туго натянутых нитей, следа по сгибу бумаги, начерченных на классной доске и на страницах тетради прямых линий. В процессе работы они приобретают

умение вычерчивать в различных направлениях и измерять отрезки прямых линий, ограниченных, например, точками *А* и *Б*. В связи с вычерчиванием прямых линий и измерением их отрезков они уясняют, что прямая линия есть кратчайшее расстояние между двумя точками, что через две точки можно провести только одну прямую линию, что две прямые линии пересекаются только в одной точке, уточняют свои представления о вертикальном и горизонтальном направлениях прямой. Одновременно с изучением основных свойств прямой линии дети упражняются в отбивании на доске, натёртой мелом, туго натянутой бечевы, в самостоятельном измерении длины и ширины классной комнаты, измерении сторон классной доски и т. д.

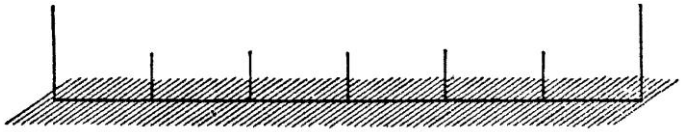
Измерения выполняются не только на предметах классной обстановки, но и вне класса: во дворе школы, на улице, на лужайке.

Для проведения этих измерений учитель выбирает подходящую местность и заранее составляет план проведения измерений: на сколько звеньев будут разбиты ученики, какие измерения будет выполнять каждое звено, какие нужно иметь измерительные приборы.

Остановимся на содержании одной из измерительных работ: «Провешивание прямой на местности».

Для того чтобы вовлечь в эту работу всех учащихся, класс делится на 3—4 звена. Каждое звено выбирает на местности две точки, между которыми необходимо провести прямую линию и измерить расстояние. Выбранные точки

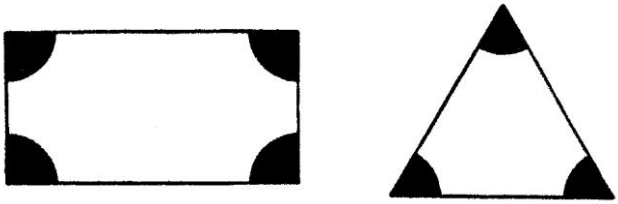
отмечаются шестами. Около каждого шеста располагается 2—3 ученика, которые составляют контрольное звено. При выполнении задания ученики этого звена наблюдают, правильно ли провешивается между шестами прямая линия, т. е. правильно ли устанавливаются по прямой линии вбиваемые между шестами вешки.



Провешивание прямой линии поручается второму звену учащихся, которые выполняют размещение между шестами вешек по прямой линии. Третье звено при помощи рулетки или землемерной цепи измеряет расстояние между шестами. Четвёртое звено записывает результаты измерений в тетради. После измерения расстояния между двумя пунктами возможно дать детям дополнительное задание: измерить это расстояние в шагах и рассчитать длину одного шага. По окончании измерения дети выполняют в тетрадях зарисовки прямолинейных отрезков, соответствующих по своей длине измеренным расстояниям на местности. При вычерчивании этих отрезков надо пользоваться определённым масштабом.

Изучение углов также должно носить опытный характер. Учитель показывает углы на предметах классной обстановки, на переплётах книг, на тетрадях. Дети вычерчивают на доске и в

тетрадях прямоугольники и треугольники и отмечают их углы.



Учитель демонстрирует перед учащимися картонные модели различных углов (желательно цветные), показывая стороны и вершины углов.

На моделях углов учитель также выясняет, какие углы называются прямыми, какие—косыми. Путём наложения друг на друга цветных моделей углов учитель выясняет, что одни углы по своей величине больше прямого угла (такие углы называются тупыми углами), другие по величине меньше прямого угла (они называются острыми). Наложением друг на друга прямых углов устанавливается их равенство. Дети по заданию учителя рисуют прямые, тупые и острые углы и находят их вершины и стороны. На дом даётся задание начертить в тетрадях различные углы и заштриховать их цветными карандашами.

В дальнейшем учитель рисует на классной доске два дерева и, путём беседы, выясняет, что одно дерево изображено растущим прямо, а другое—косо.

На последующих уроках изучаются две фигуры: **прямоугольник и квадрат.**

Принеся в класс бумажные модели прямоугольников и квадратов, учитель раздаёт их детям и предлагает понаблюдать эти фигуры, сравнить их. Затем дети производят измерение сторон прямоугольников и квадратов и устанавливают, что у прямоугольников противоположные стороны равны между собой, а у квадратов все стороны равны. Путём накладывания на углы моделей наугольников ученики убеждаются, что все углы у квадратов и прямоугольников прямые, почему они и называются «прямоугольниками». Далее формулируется сходство и различие между квадратом и прямоугольником. В заключение ученики распознают прямоугольники и квадраты на предметах классной и внеклассной обстановки.

На последующем уроке ученики выполняют черчение прямоугольников и квадратов с заданными длинами сторон.

Изучение двух фигур—прямоугольника и квадрата—завершается построением прямоугольника на местности (на школьном дворе, на пришкольном участке).

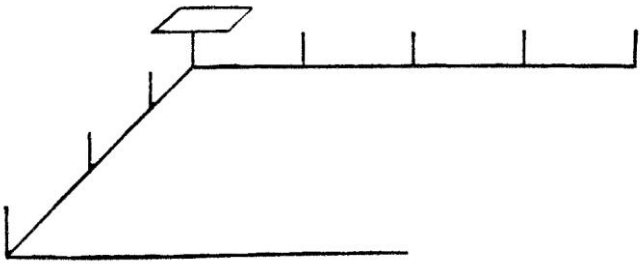
Перед выходом на местность учитель знакомит детей с устройством и использованием эккера.

Класс разбивается на звенья. Допустим, что необходимо на местности наметить прямоугольник длиной 50 м и шириной—20 м. Для этого выбирается пункт для фиксации одной вершины прямоугольника, и на этом пункте располагается первое звено учащихся с экером в руках. Это звено составляет контрольную группу. Дети, входящие в звено, смотрят в прорези эккера и контролируют правильность размещения вешек по сторонам прямого угла. Второе звено получает в своё распоряжение вешки и, по указанию учащихся первого звена, вбивает вешки в землю так, чтобы они вытянулись по прямым линиям в направлении сторон прямого угла.

Учащиеся третьего звена при помощи рулетки отмеряют по сторонам прямого угла расстояния (в данном случае по одной стороне угла—50 м, а по другой—20 м).

Затем эккер переносится в другую вершину прямоугольника так, чтобы одна пара его прорезей «смотрела» на уже провешенную сторону прямого угла, третья же сторона прямоугольника провешивается в направлении другой пары прорезей.

Так на местности намечается прямоугольник заданных размеров. Эта работа требует от учащихся аккуратности, так как в случае неправильного построения прямых углов может получиться «неувязка» в нахождении четвёртой вершины прямоугольника (т. е. конечные точки первой и четвёртой сторон четырёхугольника не совпадут между собой).



Изучение темы «Измерение площади прямоугольника» ведётся по следующим этапам:

I. Понятие о площади. Непосредственное измерение площадей прямоугольников квадратными мерами.

Учитель выясняет, что площадь—это величина поверхности фигуры. По заданию учителя дети показывают поверхность классной доски, крышки стола, переплёта книги, подоконника.

В беседе учитель напоминает классу. что отрезки измеряются линейными мерами. Подобно этому, и площади фигур измеряются путём сравнения их с какими-либо заранее выбранными площадями. Так, например, площадь крышки стола можно измерить путём накладывания на нее хотя бы одинаковых тетрадей и подсчёта их. Но тетради по своему размеру могут быть разные, и величина их площади нам неизвестна. Установлены определённые единицы измерения площадей: квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр. Учитель показывает образцы этих мер, сделанные из картона или бумаги. Дети рассматривают их и вычерчивают в своих тетрадях квадратный дециметр и квадратный сантиметр. Далее производится измерение площади стола и крышки парты путём укладывания на них квадратных дециметров и подсчёта их.

II. Измерение площади прямоугольника. Учитель показывает, как можно измерить, например, площадь прямоугольной полосы длиной в 4 *дм* и шириной в 1 *дм*. В этой полосе можно уложить 4 *кв. дм*, причём каждый укладываемый квадратный дециметр придётся на линейный дециметр по длине. Так же показывается, что в полосе длиной в 5 *дм* и шириной в 1 *дм* укладывается 5 кв. *дм* и т. д.

Затем измеряется площадь прямоугольника длиной в 4 *дм* и шириной в 2 *дм*. Этот прямоугольник вычерчивается на доске и разбивается на две полосы. Нижняя полоса разбивается на четыре квадрата. Дети устанавливают, что в каждой полосе

прямоугольника содержится 4 *кв. дм*, а во всей площади прямоугольника в два раза больше, т. е. 8 *кв. дм* (рис. дан в уменьшенном виде).

Вычисление площади записывается так:

4 кв. *дм* X 2 = 8 кв. *дм*.

После этого дети вычерчивают в своих тетрадях прямоугольники длиной в 8 *см* (две клеточки—один сантиметр) и шириной в 3 *см* и устанавливают, что в этом прямоугольнике содержится три полосы площадью по 8 *кв. см* каждая. Следовательно, вся площадь содержит 8 *кв. см* X 3 = 24 *кв. см*. Так постепенно и наглядно дети подводятся к пониманию того, что длина прямоугольника всегда показывает, сколько квадратных единиц будет в одной полосе, а ширина—сколько полос содержится в прямоугольнике. Произведение количества квадратных единиц, содержащихся в одной полосе, на количество полос даст величину всей площади. Следовательно, если в длине прямоугольника 8 *см*, а в ширине 5 *см*, то его площадь будет равна 8 *кв. см* X 5 = 40 *кв. см*.

Поняв сущность процесса вычисления площади прямоугольника, дети заучивают правило: «Для того чтобы вычислить площадь прямоугольника, надо измерить в одних и тех же мерах его длину и ширину и полученные числа перемножить». Результат измерения площадей выражается всегда в квадратных единицах измерения.

После вывода правила дети применяют его к измерению площади самых разнообразных предметов: площади пола класса, крышки стола и

парт, классной доски, переплёта книг и классного журнала и т. д.

При изучении **мер земельных площадей** на открытой местности строятся прямоугольники один площадью в один ар. другой площадью в один гектар. При этом дети размещаются по сторонам полученных на земле прямоугольников и получают конкретное представление о величине ара и гектара.

Вместе с тем на местности проводятся ещё две работы: построение прямоугольника определённой площади и измерение площади данного прямоугольного земельного участка.

Для выполнения первой работы дети делают предварительный расчёт, какой должна быть длина и ширина участка данной площади, а затем проводят практическое построение участка на местности. Для выполнения второй работы ученики делятся на три звена. Одно звено провешивает стороны прямоугольного участка, другое звено измеряет эти стороны, а третье выполняет вычислительные операции по определению величины площади участка. По возвращении в класс ученики вычерчивают планы измеренных ими участков земли.

Измерение объёма куба и прямоугольного параллелепипеда. Учащиеся знакомятся с кубом, получают модели его, наблюдают, сколько он имеет рёбер, граней, какие грани. Путём измерения рёбер куба и рассмотрения углов его граней дети убеждаются, ч то каждая грань куба представляет собой квадрат. Опытным путём они устанавливают, что все грани куба равны между собой.

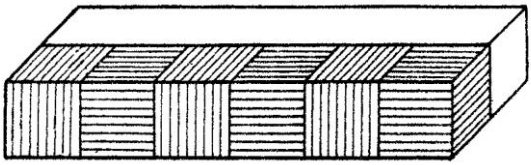
Так же изучается и **прямоугольный параллелепипед.** Дети при помощи наблюдения и измерения устанавливают, что все боковые грани параллелепипеда представляют собой прямоугольники. Путём очерчивания граней параллелепипеда на бумаге дети убеждаются, что противоположные грани параллелепипеда равны между собой. На моделях параллелепипеда и его рисунках они показывают грани: верхнюю, нижнюю, правую, левую, переднюю и заднюю; подсчитывают количество граней, рёбер и вершин параллелепипеда; устанавливают, в чём заключается сходство и различие между кубом и параллелепипедом.

Познакомив учащихся с кубом и прямоугольным параллелепипедом, учитель переходит к измерению объёмов. Устанавливается, что предметы, имеющие форму куба или параллелепипеда, имеют вместимость. Путём пересыпания сыпучих тел, учитель показывает, как можно измерить вместимость небольшого ящика или коробки. Дети убеждаются, что вместимость тел можно измерять при помощи её сравнения с. вместимостью других тел, меньших по размеру. Учитель показывает, что вместимость ящика, коробки и других тел наиболее удобно измерять путём сравнения их с кубиками, имеющими рёбра длиной в 1 *см* (кубический сантиметр) или 1 *дм* (кубический дециметр). Сначала вместимость коробки измеряется путем её **заполнения кубиками** с рёбрами длиной в 1 *см* и подсчёта количества этих кубиков. Очень важно, чтобы

было проделано несколько таких измерений при помощи кубических дециметров.

Далее учитель приносит в класс прямоугольный брус длиной, например, 8 *см* с сечением в один квадратный сантиметр. Этот брусок размечается на 8 кубиков, причём каждый кубик приходится на один линейный сантиметр длины и по объёму содержит один кубический сантиметр. Так дети убеждаются, что прямоугольные бруски с квадратным сечением имеют столько кубических единиц измерения, сколько линейных единиц содержится в их длине.

На том же уроке учитель показывает детям прямоугольный параллелепипед в виде слоя, у которого длина и ширина имеют по несколько сантиметров (или, что ещё более желательно, дециметров), а высота содержит лишь одну единицу измерения. Допустим, что слой имеет в длину 6 *см*, в ширину 2 *см* и в высоту 1 *см*. Тогда этот слой распадается на два бруска, имеющих объём по 6 куб. см в каждом. Объём всего слоя: 6 *куб. см* X 2 = 12 *куб. см*.



Учитель устанавливает, что в каждом прямоугольном **слое** высотой в одну единицу измерения находится столько брусков, сколько содержится в ширине слоя линейных единиц, В каждом бруске столько **кубических** единиц

объёма, сколько содержится линейных единиц измерения по длине.

Объём слоя определяется произведением количества кубических единиц объёма одного бруска на количество брусков. Результат вычисления объёма всегда выражается в **кубических** единицах измерения. На уроке решают задачу: сколько кубических сантиметров уложится в коробке, если

длина ее 5 *см*, ширина — 4 см, высота — 1 *см*
» 10 *см* » 3 *см* » 1 *см*
» 15 *см* » 4 *см* » 1 см

В дальнейшем параллелепипед разбивается на отдельные слои, причём на каждую единицу измерения по высоте приходится слой. Пусть данный параллелепипед имеет в длину 6 *см*, в ширину—3 *см* ив высоту—4 *см*. Тогда в нём будет 4 слоя, в каждом слое по 3 бруска и в каждом бруске по 6 куб. см объёма. Общий объём всего тела будет равен 72 *куб. см*. Запись вычисления объёма следующая: 6 *куб. см* X 3 X 4 =72 *куб. см*. На другом прямоугольном параллелепипеде дети ещё раз уясняют, что для нахождения объёма параллелепипеда необходимо измерить в одних и тех же единицах длину; ширину и высоту тела и результат измерения длины, выраженной в кубических единицах, умножить на ширину и высоту тела. Объём выражается только в кубических единицах.

На следующих уроках учащиеся путём самостоятельных измерений находят объёмы различных предметов окружающей обстановки

(коробки, ящика, шкафа, комнаты), находят соотношение между различными кубическими единицами измерения: кубическим метром и кубическим дециметром, кубическим дециметром и кубическим сантиметром. Желательно, чтобы ученики сами склеили из картона куб с ребром в один дециметр, слепили бы из снега куб с ребром в один метр, с тем чтобы иметь конкретное представление о величине кубических мер. При вычислении объёма прямоугольного параллелепипеда дети должны хорошо уяснить, что измерение высоты тела необходимо для нахождения количества его слоёв, измерение ширины—для нахождения количества брусков в каждом слое и измерение длины—для нахождения количества кубических единиц в каждом бруске. Произведение трёх измерений параллелепипеда даёт величину объёма тела, выраженную обязательно в кубических единицах.

На последующих уроках арифметики дети проводят самостоятельное измерение объёмов различных предметов классной обстановки, решают задачи на вычисление объёмов тел. Полезно сделать выход за пределы школы и выполнить измерение объёмов таких объектов, как погреб, сарай, земляной ров и т. д. Учащиеся должны выполнить измерение длины, ширины и высоты (или глубины) этих предметов, а затем произвести необходимые вычислительные операции.

Геометрический материал в начальных классах занимает небольшое количество уроков. Однако его изучение имеет большое значение для общего развития детей. Изучение геометрии

развивает у учащихся интерес к самостоятельной работе, к исследованию изучаемых вопросов, стремление расширить свои знания и практические навыки.

Знакомство с начальной геометрией позволяет детям в последующих классах успешно изучать географию, физику и систематический курс геометрии. Дети с большим интересом и увлечением изучают наглядную геометрию; она привлекает их конкретностью, жизненностью; наличием многих измерительных и конструктивных работ.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО АРИФМЕТИКЕ

Проверка знаний учащихся по арифметике, как и по другим предметам, необходима и для учителя и для учащихся. Учителю необходимо проверить знания учащихся перед изложением нового материала, чтобы знать, в какой мере ранее пройденное может служить основой для усвоения нового. После объяснения нового материала учитель проверяет, как поняли учащиеся то, что объяснено, что они запомнили и на что не обратили должного внимания. После закрепления сообщённых знаний учитель проверяет, как учащиеся усвоили знания, чтобы учесть результаты обучения.

На основе учёта этих результатов учитель, в случае необходимости, даёт разъяснения, проводит дополнительные упражнения, исправляет замеченные пробелы и недостатки в знаниях всего класса и отдельных учащихся.

Проверка знаний является, таким образом, одним из средств, обеспечивающих успешность дальнейших занятий ученика. В этом её большое значение для учащихся.

В процессе изучения арифметики дети получают не только знания, но и овладевают разнообразными навыками и умениями. Поэтому и проверять следует не только знания учащихся, но и их умения и навыки.

При проверке знаний учитель выясняет не только то, как дети формулируют правило, дают определение, указывают свойства числа или

действия, но и как они понимают то, что они отвечают. Учитель должен быть убеждён в том, что у детей со словами связаны правильные представления и понятия. Поэтому при проверке знаний необходимо требовать от учащихся подтверждения высказываемых ими суждений примерами, предлагать применить правило к решению задач или выполнению какого-либо задания.

При проверке следует обращать внимание не только на наличие знаний, но и на их качество: правильность, точность, полноту, глубину, прочность и действенность, т. е. на наличие связи знаний с опытом учащихся, с практикой.

Знания, умения и навыки учащихся в процессе обучения постепенно совершенствуются. При проверке надо устанавливать, на каком уровне находятся знания, умения и навыки у того или иного ученика. Это особенно нужно знать, когда проверяются знания слабого ученика. Для учителя в этом случае важно определить не только то, чего ученик не знает, но также и то, что он хорошо знает; только на основе того, что прочно усвоено учеником, возможно дальнейшее расширение и углубление его знаний. Для этой проверки может служить работа, в которой подобран ряд постепенно усложняющихся примеров или задач, начиная с простых и лёгких.

Для проверки знаний, умений и навыков учащихся используются следующие приёмы: а) устный опрос; б) наблюдение за самостоятельной работой учащихся на уроке; в) просмотр и проверка самостоятельных письменных работ

учащихся, выполняемых в классе и дома; г) проведение письменных контрольных работ.

Устный опрос проводится на каждом уроке и может быть соединён с проверкой выполнения домашней работы: вызванный ученик вначале рассказывает, как он решил заданные на дом примеры и задачи, а потом отвечает на вопросы, поставленные учителем.

Во время выполнения на уроке самостоятельной работы учитель оказывает помощь детям в случае затруднений, наблюдая за работой всех учеников. Эти наблюдения, а также последующая проверка результатов самостоятельной работы дают учителю возможность судить о том, что твёрдо усвоено детьми, какими умениями и навыками они ещё не овладели и в чём заключаются пробелы в знаниях отдельных учеников.

Для проверки знаний, умений и навыков учащихся по каждому пройденному разделу программы учитель проводит контрольные работы.

Контрольные работы могут быть разных типов; небольшие по объёму, рассчитанные на 10—15 минут, и работы, занимающие целый урок. По содержанию контрольные работы могут быть или однородные (состоящие только из примеров или только из задач), или комбинированные, т. е. содержащие и задачу и примеры. Могут быть контрольные работы практического характера, например, связанные с выполнением детьми измерений.

Составляя текст контрольной работы, учитель тщательно продумывает её цель и в соответствии

с нею включает в работу те или иные типы примеров, те или иные типы задач.

Контрольная работа даёт возможность установить, как усвоены учащимися отдельные элементы того или другого раздела знаний, умений и навыков.

Контрольная работа должна охватывать главное и наиболее существенное из области знаний, умений и навыков, усвоенных учащимися. Приведём примеры. Контрольная работа на вычитание многозначных чисел (для III класса) может содержать в себе различные по степени трудности случаи выполнения этого действия, а именно:

1) Вычитание, выполняемое без раздробления единиц высшего разряда, например: 8759—2546.

2) Вычитание числа с нулями; разность —число с нулями: 9068—7008.

3) Вычитание, выполняемое с раздроблением единиц высших разрядов: 12547—8259.

4) Вычитание из числа, в котором отсутствуют единицы некоторых разрядов, с раздроблением единиц высших разрядов, например: 10102—8795.

Контрольная работа на **умножение** многозначных чисел может содержать в себе следующие основные случаи этого действия:

1) Сомножители со всеми значащими цифрами, например: 756 X 498.

2) Множимое с нулями в середине: 6008 X 47.

3) Множитель с нулями в середине: 738 X 306.

4) Сомножители с нулями на конце: 580 X 4 600.

При проведении контрольных работ должны быть обеспечены условия для **вполне**

самостоятельного выполнения этих работ учащимися.

С этой целью обычно примеры и задачи, предлагаемые для самостоятельного решения, составляются в двух вариантах гак, что каждый вариант включает примеры и задачи, одинаковые по математическому содержанию и по степени трудности, но отличающиеся между собой числовыми данными и конкретным оформлением математического содержания.

Выполненные работы учитель тщательно проверяет и даёт оценку знаниям, умениям и навыкам учащихся на основании того, как они обнаруживаются в выполненной учащимися работе.

После проверки и оценки работы каждого учащегося, учитель подводит общие итоги контрольной работы по классу: сколько учащихся и какие именно выполнили работу на 5, на 4 и т. д., какого рода ошибки встречаются наиболее часто, какие именно примеры и задачи представили наибольшие трудности для учащихся и вызвали наибольшее число ошибок при их решении.

Можно выписать те примеры, при решении которых дети сделали больше всего ошибок, и записать типичные ошибки. Можно также записать результаты работы каждого ученика в таблицу, в которой правильное решение отмечается значком +, ошибочное значком—, отсутствие решения значком 0 (см. примерную форму таблицы на стр. 510).

Подведение итогов выполнения учащимися контрольной работы даёт возможность

установить, какие вопросы программы плохо усвоены всем классом, а какие отдельными учащимися. На основе. этого учитель намечает, какие разъяснения или упражнения надо выполнить со всем классом, какие дополнительные занятия следует провести с отдельными учащимися.

Форма таблицы
для подведения итогов контрольной работы по арифметике

	Как решены примеры	**Итого**	

Ио. Ио. п/п	фамилии Чуравших ся	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	правильных решений	ошибочных решений	Оценки
1. **2.**	…… ……									

Итого:
Правильных решений.....
Ошибочных решений .....

Оценка знаний учащихся

При проверке навыков устного счёта, письменных вычислений, решения задач проверяется также и знание теории: определений, правил, таблиц мер, таблиц арифметических действий.

Устный опрос проводится в пределах заданного урока, а также в пределах ранее

пройденного материала по одному или нескольким разделам программы.

Вопросы и задания следует давать всему классу, но отвечает на них учащийся, намеченный для проверки. Ответ учащегося должен быть точным, достаточно полным и там, где это требуется, излагаться в форме связной речи, а также подкрепляться примерами.

При устных вычислениях от учащегося требуется: а) твёрдое знание таблиц арифметических действий; б) умение применять основные приёмы вычислений и объяснять выполнение действий; в) достаточная быстрота в вычислениях.

Грубой ошибкой в устных вычислениях считается неправильный ответ, который связан с незнанием таблиц арифметических действий, с незнанием единичных отношений мер, с незнанием основных приёмов устных вычислений. К менее грубым ошибкам следует отнести нерациональный приём вычислений, затруднения в объяснении выполняемого действия.

Для проверки учащегося по устному счёту в I и II классах даются 3—4 примера в одно действие, а в III и IV классах 5—6 примеров в одно действие. Величина чисел и выбор действий определяются программой.

Опенка 5 ставится, если учащийся произвёл вычисления правильно, достаточно быстро и сумел самостоятельно объяснить процесс выполнения действий.

Оценка 4 ставится, если учащийся умеет самостоятельно выполнить и объяснить действие,

но при решении допустил не более 1—2 негрубых ошибок.

Оценка 3 ставится, если учащийся при решении допустил 1—3 ошибки, но не более 2 грубой ошибки.

Оценка 2 ставится, если учащийся при решении допустил 2—4 ошибки, но не более 2 грубых ошибок.

Оценка 1 ставится, если учащийся при вычислениях допустил более 2 грубых ошибок.

При вычислениях на классной доске от учащегося требуется: а) твёрдое знание таблиц арифметических действий, правил производства арифметических действий и преобразований; б) умение объяснить выполнение действия; в) умение пользоваться рациональными приёмами письменных вычислений.

При проверке знаний и навыков в вычислениях у доски учащемуся даётся, как правило, один пример, трудность которого определяется программой и задачником.

Оценка 5 ставится, если учащийся правильно решил пример, обнаружил умение пользоваться рациональными приёмами вычислений; в форме связной речи объяснил, как выполнено решение, обнаружил твёрдые знания, связанные с решением примера (например, знание нумерации, единичных соотношений мер и т. п.).

Оценка 4 ставится, если учащийся при решении примера и в объяснении допустил 1—2 ошибки, из них не более одной грубой.

Оценка 3 ставится, если учащийся при решении примера и в объяснении допустил 1—3 ошибки, но не более грубой ошибки.

Оценка 2 ставится, если учащийся при решении примера и в объяснении допустил 2—4 ошибки, но не более 2 грубых ошибок.

Оценка 1 ставится, если учащийся допустил более 2 грубых ошибок.

Для, оценки знаний учащегося в области решения задач даются 1—2 устные задачи или 1 письменная, которая решается на классной доске. Задачи даются в соответствии с программой и с задачником.

Оценка 5 ставится, если учащийся правильно решил и объяснил решение задачи, а также обнаружил умение пользоваться рациональными приёмами решения задачи: применил при её решении наименьшее количество действий, все вычисления расположил рационально и выполнил с соблюдением принятых форм записи действий, изложил решение в форме связного рассказа. Оценка 4 ставится, если учащийся правильно решил задачу, но при её решении и объяснении допустил 1—2 негрубых ошибки (неточную формулировку вопроса, пропуск наименования).

Оценка 3 ставится, если при решении и в объяснении задачи учащийся допустил 1—3 ошибки, причём не более одной грубой ошибки (при правильном ходе решения допущена ошибка в вычислениях или при правильном выполнении действий неправильно поставлен вопрос).

Оценка 2 ставится, если учащийся при решении и в объяснении задачи допустил 2—4 ошибки, причём не более 2 грубых ошибок.

Оценка 1 ставится, если в работе допущено свыше трёх грубых ошибок.

Письменные работы, состоящие только из примеров, оцениваются следующим образом:

Оценка 5 ставится, если все примеры решены правильно; в вычислениях применены наиболее рациональные приёмы;. записи решения примеров выполнены аккуратно и расположены последовательно; сделана проверка решения в тех случаях, когда это требуется.

Оценка 4 ставится, если в работе допущены 1—2 ошибки, но не более одной грубой ошибки.

Оценка 3 ставится, если в работе допущены 2—4 ошибки, но не более двух грубых ошибок.

Оценка 2 ставится, если при решении примеров допущены 3—6 ошибок, но не более трёх грубых ошибок.

Оценка 1 ставится, если в работе допущено свыше трёх грубых ошибок.

В письменных работах, состоящих только из задач, оценка 5 ставится, если задача решена правильно: правильно составлен план решения задачи, правильно выбраны действия, точно сформулированы все вопросы к ним, правильно поставлены наименования, все вычисления выполнены верно с применением наиболее рациональных приёмов, записи выполнены аккуратно, расположены последовательно.

В случае, если ученик даёт свой оригинальный, вполне рациональный приём решения задачи, оценка 5 может быть поставлена и при наличии в работе одного-двух несущественных недочётов.

Оценка 4 ставится, если правильно составлен план решения задачи, правильно выбраны все

действия, но при решении допущены 1—2 ошибки, из них не более одной грубой.

Оценка 3 ставится, если при правильном ходе решения задачи допущены 2—4 ошибки, но не более двух грубых ошибок.

Оценка 2 ставится, если ход решения задачи неправилен.

Оценка 1 ставится, если ученик не приступил к работе или свёл решение к случайному комбинированно чисел.

В тех случаях, когда письменная работа состоит из примеров и задач, можно ставить одну общую оценку и две оценки отдельно за обе части работы (в случае резкой разницы в качестве выполнения каждой части работы).

При этом: а) если обе части работы выполнены одинаково (например, обе—отлично, хороню и т. д.), эта оценка и должна быть общей для всей работы в целом.

Если оценка обеих частей разнится на одну ступень, например, даны оценки 5 и 4 или 4 и 3 и т. п., то за работу в целом ставится низшая из двух данных оценок.

Низшая из двух данных оценок ставится и в том случае, когда часть работы оценена 5, а другая 3, но учитель может оценить такую работу и оценкой 4, если оценка 5 поставлена за основную часть работы. Если одна из частей работы оценена 5 или 4, а другая 2 или 1, то за всю работу учитель может поставить оценку 3, если высшая из двух данных оценок поставлена за основную часть работы.

Приведённые нормы оценок являются примерными. При оценке конкретной работы

необходимо принимать во внимание степень её сложности и предшествующую работу детей.

ПРИМЕРНЫЙ ГОДОВОЙ ПЛАН РАБОТЫ ПО АРИФМЕТИКЕ

Предлагаемый примерный план по арифметике, как и по русскому языку, даёт учителю лишь ориентировочное распределение времени и расположение материала. Поэтому при использовании плана от учителя потребуется большая дополнительная творческая работа. Прохождение программного материала непременно должно сопровождаться **повторением пройденного.** Повторение необходимо и перед переходом к изучению нового раздела, и при изучении отдельных вопросов внутри раздела, для связи нового со старым. Повторение должно являться завершением работы над каждой темой. В примерном плане, указывающем только поступательное движение в прохождении программы, повторение намечено главным образом в начале и в конце четверти и должно быть теснейшим образом связано с контрольными работами.

При планировании также надо учесть, что прочное усвоение арифметических знаний возможно Только в результате правильного сочетания решения примеров с **решением задач.** Решение задач должно сопровождать всю работу детей по усвоению ими теории и вычислительных навыков. Решение задач конкретизирует арифметические знания, сближает арифметику с жизнью. В примерном плане содержатся неоднократные указания на виды и типы задач, на

место, которое должны занимать задачи в общей системе работы по арифметике. В конкретном же плане учителя внимание к задачам должно быть усилено: они должны указываться не только в сановных темах, но и в каждом отдельном вопросе темы; каждый вид задачи, данный на определённом отрезке времени, должен затем неоднократно повторяться в связи с изучением других вопросов программы.

Наконец, для успешного усвоения арифметики необходимы разнообразные **упражнения**, в том числе и упражнения, связанные с выполнением заданий практического характера на местном материале. Проведение простейших измерительных работ на местности, составление и решение задач на «живых» числах, взятых из окружающей жизни, проведение некоторых статистических работ общественного значения (в помощь, например, колхозу)—всё это сближает теорию с практикой, является применением получаемых знаний к разрешению практических вопросов и способствует, таким образом, твёрдому усвоению арифметики. В примерном плане эти вопросы могли получить отражение только в отдельных темах (например, в планировании геометрического материала), в конкретном же плане учителя они должны получить отражение и более частое и более систематическое.

I КЛАСС

В 1-й четверти учебного года перед учителем I класса стоит задача—выявить запас числовых представлений с которыми детн пришли в школу, привести в систему, уточнить и пополнить их зияния о числах первого десятка, ознакомить их со сложением и вычитанием в пределе 10, научить их решать наиболее лёгкие виды простых задач на эти действия.

Опыт обучения детей семилетнего возраста показывает, что в первой четверти невозможно успеть изучить все случаи сложения и вычитания в пределе 10, поэтому в прилагаемом плане предусмотрено перенесение случаев прибавления и вычитания 7, 8, 9 на вторую четверть.

Учебный материал может быть распределён примерно по следующему плану[1]:

Выявление числовых представлений детей—2 часа.

Изучение чисел первого пятка—9 час. (примерно по 2 часа на изучение каждого числа). Сложение в пределе 5 —2 часа.

Изучение чисел второго пятка—12 час. (примерно по 2 часа на изучение каждого числа). Прибавление 1 в пределе 10-2 часа. Вычитание 1 в пределе 10—2 часа. Прибавление 2 в пределе 10—3 часа. Вычитание 2 в пределе 10—3 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов —2 часа.

Прибавление 3 в пределе 10—3 часа. Вычитание 3 в пределе 10—3 часа. Прибавление 4 в пределе 10—2

[1] В примерном плане для этого класса, как и для последующих классов, уроки, отводимые на каждую тему, включают время на решение не только примеров, но и задач.

часа. Вычитание 4 в пределе 10—2 часа. Прибавление 5 н вычитание 5 в пределе 10—3 часа. Прибавление и вычитание 6 в пределе 10—3 часа. Повторение пройденного—5 час. Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Во 2-й четверти заканчивается изучение сложения и вычитания в пределе 10 и изучается нумерация в пределе 20, а затем сложение н вычитание без перехода через десяток, Изучению каждого случая сложения и вычитания а пределе 20 должны предшествовать соответствующие подготовительные упражнения в сложении и вычитании до 10. В концентре «Второй десяток» вводятся новые виды простых задач на сложение и вычитание (в частности, задачи на увеличение и уменьшение на несколько едины), а также задачи в два действия. Обучение действиям чередуется с рассмотрением некоторых мер (метра, килограмма). При изучении мер следует упражнять детей в измерении ими. Работа проводится по следующему плану:

Прибавление н вычитание 7 в пределе 10 —2 часа, Прибавление и вычитание 8 в пределе 10—2 часа, Прибавление и вычитание 9 в пределе 10—1 час. Повторение пройденного—1 час. Метр и измерение им —2 часа. Контрольная работа и по- следующий анализ её результатов—2 часа.

Устная и письменная нумерация в пределе 20—4 часа.

Сложение без перехода через десяток в пределе 20—5 час.: прибавление однозначного числа к двузначному (2)[2], прибавление двузначного числа к однозначному (2), повторение пройдённого (1).

Килограмм и взвешивание килограммом—2 часа.

Увеличение на несколько единиц—4 часа.

[2] Числа, поставленные в скобках, указывают количество учебных часов.

Контрольная работа: н последующий анализ её результатов—2 часа.

Вычитание однозначного числа без перехода через десяток в пределе 20—5 час.: вычитание однозначного числа из полного двузначного числа (2), вычитание однозначного числа из 20 (2), повторение пройдённого (1). Уменьшение на несколько денниц—3 часа. Задачи в два действия—3 часа. Вычитание двузначного числа в пределе 20—3 часа: вычитание двузначного числа из политого двузначного (2), вычитание двузначного числа из 20 (1). Повторение пройденного—3 часа. Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

В 3-Й четверти основным учебным материалом являются действия в пределе 20 (сложение и вычитание с переходом через десяток, повторение всех случаев сложения н вычитания, а затем умножение и деление). Изучению сложения и вычитания с переходом через десяток следует предпослать упражнения в разложении на слагаемые чисел первого десятка (8 = 7+1; 8 = 5+2; 8 = 5+3; 8 = 4+4 и т. д.), так как без этого умения невозможно успешное изучение названных действий.

Умножение н деление в пределе 20 изучаются раздельно: раньше все случаи умножения, а затем все случаи деления. Согласно действующей программе, в I классе изучается лишь деление на равные части.

Параллельно с изучением действий решаются задачи в 1—2 действия. Из мер в этой четверти вводится литр.

Работа начинается с повторения пройденного —1 час. Далее изучается литр и измерение им— I час.

Сложение с переходом через десяток в пределе 20—6 час.: прибавление однозначных чисел к 9 (1), к 8 (1), к 7, 6 (1), к 5, 4 (1), к 3, 2 (1), повторение пройдённого (1).

Вычитание с переходом через Десяток в пределе 20—6 час.: вычитание однозначных чисел из 11 (1), из 12 (1), из 13, 14 (1), из 15, 16 (1), из 17, 18 (1), повторение пройденного (1).

Повторение всех случаев сложения и вычитания в пределе 20—3 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов— часа. Умножение 8—3 часа.

Умножение 3—3 часа. Умножение 4—3 часа. Умножение 5—2 часа, Умножение 6—2 часа. Умножение 7, 8, 9, 10—2 часа.

Повторение всех случаев умножения в пределе 20—3 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

Деление на 2—3 часа: деление на 2 чисел 2, 4, 6, 8, 10 (1), деление на 2 чисел 12, 14, 16, 18 20 (1), повторение пройдённого (1).

Деление на 3—3 часа. Деление на 4—3 часа. Деление на 5—2 часа. Деление на 6—2 часа. Деление на 7, 8, 9, 10—2 часа.

Повторение всех случаев умножения и деления в пределе 20—3 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

В 4-й четверти изучаются нумерация в пределе 100 и четыре действия над круглыми десятками в этом пределе.

Так как в I классе изучается лишь деление на части, то при прохождении деления круглых десятков рассматривается лишь случай деления на однозначное число.

Из мер длины в четвёртой четверти вводится сантиметр, из мер времени—сутки и час. Задачи решаются преимущественно в два действия. В конце четверти проводится повторение пройдённого за год.

Работа так же, как и в 3-й четверти, начинается с повторения пройденного—3 часа. Затем проходятся следующие темы:

Нумерация в пределе 100—5 час.: устная нумерация (2), письменная нумерация (2), закрепление пройденного (1).

Сантиметр и измерение им—2 часа.

Сложение круглых десятков—3 часа: объяснение сложения (1), закрепление сложения и решение задач (2).

Вычитание круглых десятков—3 часа.

Умножение круглых десятков—4 часа.

Деление круглых десятков на однозначное число—4 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

Меры времени: сутки, час—2 часа.

Повторение пройденного за год—8 час.: повторение сложения и вычитания в пределе 20 (2), повторение умножения н деления в этом пределе (2), повторение нумерации в пределе 100 и действий над круглыми десятками (1), решение примеров и задач на все действия (3).

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

II КЛАСС

В 1-й четверти прежде всего необходимо повторить пройденное в I классе. В этой четверти изучаются все случаи сложения и вычитания в пределе 100, после чего приступают к изучению табличного умножения и деления, которые в этом

классе, в отличие от первого класса, проходятся параллельно так, что вслед за каждым случаем умножения рассматривается соответствующий случай деления.

Из простых задач в первой четверти вводятся задачи на деление по содержанию и на разностное сравнение. Из составных решаются задачи преимущественно в два действия. Работа проводится по следующему плану:

Повторение четырёх действий в пределе 20—6 час.: повторение сложения и вычитанная (3), умножения н деления (3).

Повторение четырёх действий над круглыми десятками в пределе 100—3 часа.

Первое знакомство с делением по содержанию—5 час.

Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Сложение в пределе 100 без перехода через десяток—9 час.: сложение однозначных чисел с круглыми десятками (1), сложение однозначных чисел с полными двузначными (2), сложение полных двузначных чисел с круглыми десятками (2), сложение двузначных чисел (4).

Вычитание в пределе 100 без перехода через десяток—10 час, случай вычитания, когда остаток или вычитаемое — круглое число (2), вычитание однозначных чисел из полных двузначных (2), вычитание круглых десятков из полного двузначного (2), вычитание политых двузначных чисел (4).

Разностное сравнение—5 час.: объяснение и решение простых задач (2), решение составных задач (3).

Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Сложение в пределе 100 с переходом через десяток—6 час.: сложение однозначных чисел с двузначными (2), сложение двузначных чисел (4).

Вычитание в пределе 100 с переходом через десяток—6 час.: вычитание однозначных чисел из двузначного (2), вычитание двузначных чисел (4).

Повторение всех случаев сложения и вычитания в пределе 100 —2 часа.

Умножение 2 и деление на 2—3 часа: умножение 2 и деление на части (1), деление по содержанию (1), сравнение обоих случаев деления (1).

Умножение 3—2 часа.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

Основным учебным материалом **во 2-й** четверти является табличное умножение и деление. В этой четверти изучается большинство случаев этих действий и вводятся задачи на увеличение и уменьшение в несколько раз и на кратное сравнение. После рассмотрения каждого из этих видов задач проводится сопоставление его с соответствующим видом задач на разностное изменение чисел: увеличение в несколько раз сопоставляется с увеличением на несколько единиц, уменьшение в несколько раз—с уменьшением на несколько единиц, кратное сравнение—с разностным сравнением.

Из составных задач в этой четверти решаются задачи в 2—3 действия, в том числе задачи, решаемые способом приведения к единице.

Учебный материал планируется следующим образом:

Деление на 3—4 часа; деление на части (1), деление по содержанию (2), сравнение обоих случаев деления (1).

Умножение 4—3 часа: объяснение (1), закрепление и решение задач (2).

Деление на 4—4 часа: деление на части (1), деление по содержанию (2), сравнение обоих случаев деления (1).

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

Увеличение в несколько раз—4 часа: объяснение и решение простых задач (2), решение составных задач (2).

Умножение 5—3 часа. Деление на 5—3 часа. Уменьшение в несколько раз—4 часа: объяснение и решение простых задач (2), решение составных задач (2). Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Умножение 6—3 часа, Деление на 6—4 часа. Кратное сравнение—5 час.: объяснение и решение простых задач (2), решение составных задач (3). Повторение пройденной части таблицы умножения—2 часа. Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

В 3-й четверти заканчивается изучение табличного умножения и деления, после чего изучается табличное деление с остатком, а потом Внетабличное умножение и деление. При изучении последнего действия рассматривается лишь случай, когда оно выполняется без остатка (согласно действующей программе, виетабличиое

деление с остатком изучается в III классе). В этой четверти изучаются наиболее употребительные меры времени. Задачи решаются в 2—3 действия.

Повторение пройдённого—1 час.

Умножение 7—3 часа. Деление на 7—4 часа.

Умножение 8—4 часа: объяснение (1), закрепление и решение задач (3). Деление на 8—4 часа. Контрольная работа — 1 час.

Умножение 9—4 часа. Деление на 9—5 час.

Табличное деление с остатком—6 час. Повторение всех случаев табличного умножения и деления—5 час. Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Виетабличиое умножение на однозначное и двузначное число—6 час.: Внетабличное умножение на однозначное число (4). Внетабличное умножение на двузначное число (2).

Внетабличное деление на однозначное число —7 час.

Виетабличиое деление на двузначное число— 6 час.

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

Задачи и примеры на все действия в пределе 100—8 час.

Меры времени—5 час. из них таблица времени: год, месяц, сутки, час, минута (2), определение времени по часам (1), решение задач на вычисление времени в пределе суток (2).

Контрольная работа и последующий анализ её результатов—2 часа.

В 4-й четверти изучается нумерация и все действия над круглыми сотнями и десятками в пределе 1000. Действия выполняются на основе устных приёмов вычислений. Умножение н деление производится только на однозначные числа. В конце четверти повторяются все изученные действия и основные виды задач. Планируется работа следующим образом:

Нумерация в пределе 1000—4 часа.

Меры длины (километр) и меры веса (грамм)—2 часа.

Все действия над круглыми сотнями н десятками: сложение—4 часа, вычитание—4 часа. Контрольная работа—1 час.

Умножение—5 час., деление—6 час. Задачи и примеры на все действия с круглыми десятками и соитиями—3 часа. Контрольная работа с последующим анализом—2 часа.

Повторение пройденного за год—8 час.

Годовая контрольная работа: проверка уменья решать задачи—1 час проверка вычислительных навыков—1 час.

III КЛАСС

Основная задача преподавания арифметики **в 1-й четверти** заключается в том, чтобы повторить всё пройдённое во **II** классе о сотне н тысяче, дать учащимся навыки **устного** умножения и делённая на 10 и круглые десятки, а также навыкни **письменного** сложения и вычитания трёхзначных чисел, умножения и деления трёхзначных чисел на однозначное число. При

повторении сотни нужно уделить большое внимание устным приёмам вычислений в пределах 1000 и повторению таблицы умножения и деления. Одновременно с выработкой вычислительных навыков дети упражняются в решении задач. Кроме обыкновенных арифметических задач, в III классе учащиеся обучаются решению типовых задач.

В 1-й четверти, согласно программе, нужно научить детей решать задачи на простое тройное правило, а также задачи на пропорциональное деление. Решение обыкновенных арифметических задач тесно сливается с обучением вычислительным навыкам, поэтому в плане особые уроки на них не выделяются; задачи решаются на каждом уроке н, кроме того, в порядке выполнения домашних заданий.

Для решения типовых задач в плане предусмотрено 6 часов. Эти уроки целесообразно провести в две очереди—в первую очередь, после изучения сложения и вычитанная в пределе 1000, отвести примерно 3 часа задачам на простое тройное правило. Во вторую очередь, после изучения деления, 3 часа посвятить решению задач на пропорциональное деление. На этих уроках даётся объяснение задач данного типа и проводятся упражнения в их решении.

В соответствии с указанными задачами 1-й четверти план работы на эту четверть может быть представлен в следующем виде:

Повторение первой сотни—5 час.

Повторение нумерации н всех действий над круглыми сотнями н десятками в пределе 1000—3

часа. Внетабличное деление с остатком в пределе 100—5 час. Контрольная работа с последующим её анализом—2 часа.

Письменное сложение в пределе 1000—4 часа. Письменное вычитание в пределе 1000—5 час. Решение задач способом приведения к единице—3 часа. Контрольная работа с последующим ее анализом—2 часа.

Письменное умножение на однозначное число в пределе 1000—5 час.

Устное умножение на 10 и на круглые десятки—3 часа.

Письменное деление трёхзначных чисел на однозначное число—5 час.

Устное деление трёхзначных чисел на 10 и на круглые десятки—4 часа.

Решение Задач на пропорциональное деление —3 часа.

Повторение пройденного—3 часа.

Контрольная работа с последующим её анализом—2 часа.

Во 2-й четверти начинается изучение многозначных чисел. Здесь изучается нумерация многозначных чисел (до класса миллионов включительно), сложение н вычитание многозначных чисел, а также умножение многозначных чисел на однозначное число.

Работа над вычислительными навыками сопровождается решением задач, которое проводится на каждом уроке н в порядке выполнения домашних заданий.

Из типовых задач в этой четверти решаются задачи на нахождение неизвестного по разности двух чисел.

План работы на эту четверть может быть представлен в следующем виде:

Нумерация многозначных чисел: а) изучение чисел первых двух классов, или шестизначных чисел, 5 час.: знакомство с новыми счётными единицами (1); составление и разложение чисел с помощью классных счётов (1); знакомство с терминами «разряд» н «класс», места разрядов (1); упражнения в чтении н письме шестизначных чисел (2); 6) изучение чисел первых трёх классов, или девятизначных чисел,—2 часа; в) преобразованное числа—раздробление и превращение разрядных единиц числа—2 часа.

Таблицы мер длины (километр, метр, дециметр, сантиметр, миллиметр) н веса (тонна. центнер, килограмм, грамм)—3 часа.

Контрольная работа—1 час.

Сложение многозначных чисел с решением задач—6 час.: терминология сложения и правило сложения (1), упражнения в сложении с проверкой (2), сложение нескольких слагаемых и решение задач (3).

Вычитание многозначных чисел с решением задач—8 час., из них: ознакомление учащихся с терминологией вычитания и решение примеров в которых разрядные единицы уменьшаемого больше соответствующих единиц вычитаемого (1); способ проверки вычитания (1); решение примеров, в которых некоторые цифры вычитаемого больше соответствующих цифр уменьшаемого (2), решение примера с нулями в

уменьшаемом (2), упражнения в составлении и решении различного вида задач на вычитание (2).

Умножение многозначных чисел на однозначное число—5 час.

Контрольная работа с последующим разбором —2 часа.

Решение задач на нахождение неизвестного по разности двух чисел—4 часа.

Повторение пройденного—2 часа. Контрольная работа с последующим анализом—2 часа.

В 3-й четверти основным содержанием работы по арифметике является изучение умножения и деления многозначных чисел.

Одновременно с выработкой навыков письменного умножения и деления необходимо учить детей решению таких задач, в которых эти действия находят своё применение, и добиться того, чтобы учащиеся отчётливо представляли все основные случаи применённая этих действий, в особенности деления: деление на равные части н по содержанию, нахождение части числа, уменьшение числа в несколько раз и кратное сравнение.

Исключительно большое значение имеет твёрдое и конкретное знание таблиц мер и умение быстро и правильно производить раздробление н превращение именованных чисел; поэтому в плане на эти упражнения нужно предусмотреть специальные уроки и, кроме того, нужно, чтобы дети упражнялась в этих преобразованиях и на последующих уроках в порядке устного счёта.

Из **типовых** задач в этой четверти учащиеся должны решать задачи на нахождение двух чисел по их сумме и кратному отношенную, по их сумме н разности.

План 3-й четверти может быть составлен следующим образом:

Умножение многозначных чисел с решением задач (продолжение)—18 час.: умножение на 10 (1), умножение на круглые десятки (2), умножение на двузначное число (4), умножение на 100 (1), умножение на круглые сотни (1), умножение на трёхзначное число (3), на число с нулями в середине (2), умножение чисел с нулями на конце в обоих сомножителях (3), раздробление именованных чисел (1).

Контрольная работа с последующим её анализом—2 часа.

1. Деление многозначных чисел на однозначное число, на единицу с нулями и на круглые десятки с решением задач—12 час. усвоение терминологии деления (1); общий случай деления н проверка деления (3); деление с нулями в частном (2); деление с остатком (1); упражнения в составлении учащимися задач на деление на равные части и по содержанию (1); деление на число, выраженное единицей с нулями (2); деление на круглые десятки (2).

Решение типовых задач на нахождение двух чисел по сумме н кратному отношению—3 часа.

Контрольная работа с разбором результатов—2 часа.

2. Деление ив двузначное и трёхзначное число с решением задач—16 час; деление трёхзначного числа на двузначное при однозначном частном

(1); деление трёхзначного числа на двузначное при двузначном частном (1); деление многозначных чисел на двузначное при многозначном частном—общие случаи (2), деление многозначных чисел на двузначное—частные случаи (2), деление на круглые сотни при однозначном частном (1); деление трёхзначного числа на трёхзначное (1); деление многозначного числа на трёхзначное—общий случай без остатка н с остатком (3); деление многозначного числа на трёхзначное с нулями в частном—в середине н на конце (3), превращение именованных чисел (2).

Решение типовых задач на нахождение двух чисел по их сумме н разность—4 часа.

Четвертная контрольная работа—2 часа.

Работа по арифметике в **4-й четверти** имеет целью: а) закончить изучение четырёх действий над многозначными числами, 6) ознакомление детей с двумя типами задач—задачами на встречное движение и задачами на нахождение части числа, в) повторить всё пройденное в III классе.

Соответственно этим задачам, материал 4-й четверти можно спланировать следующим образом: порядок выполнения арифметических действий — 4 часа. Решение примеров и задач на все действия с многозначными числами—6 час, Контрольная работа с последующим разбором—2 часа, Задачи на встречное движение—5 час. Задачи на нахождение нескольких частей числа (с ознакомлением учащихся с долями единицы и их записью)—5 час. Меры времени—2 часа. Контрольная работа—1 чае. Измерения на

местности—3 часа. Повторение пройденного за год—8 час.

Годовая контрольная работа—2 часа: а) проверка вычислительных навыков—1 час.; 6) проверка уменья решать задачи—1 час.

IV КЛАСС

Основная задача **1-й четверти** состоит в том, чтобы повторить пройдённые в III классе нумерацию и четыре арифметические действия и вместе с повторением сообщить учащимся знание зависимости между компонентами арифметических действий. Работа над каждым действием должна начинаться с повторения того, что детям уже известно о данном действии, н заканчиваться усвоением нового материала. Повторение нумерации многозначных чисел должно быть завершено расширением числовой области—изучением чисел четвёртого класса—класса миллиардов.

Повторенное должно заключать в себе как закрепление вычислительных навыков, так и решение Задач, связанных с применением в задачах каждого арифметического действия. Наряду с решением обыкновенных арифметических задач в первой четверти должны быть повторены все типы задач, пройденные в III классе. Повторение производится на протяжении всей 1-й четверти; уроки повторения чередуются с уроками изучения нового материала: Вводятся задачи. решаемые способом отношений и способом исключения неизвестного.

План **1-й четверти** может быть составлен примерно следующим образом:

Нумерация многозначных чисел—5 час.: повторение устной и письменной нумерации, пройденной в III классе (2); усвоение нового материала, относящегося к изучению класса миллиардов (3).

Сложение многозначных чисел—3 часа: повторение терминологии действия, правил выполнения письменного сложения и приёмов устного сложения, решение примеров и задач (2); зависимость между слагаемыми и суммой (1).

Вычитание многозначных чисел—4 часа: повторение терминологии действия, письменного вычитания и приёмов устного вычитания, решение примеров и задач (2), зависимость между уменьшаемым, вычитаемым и разностью (2).

Умножение многозначных чисел—5 час.: повторение терминологии действия, решение примеров и задач (3); зависимость между сомножителями и произведением (2).

Деление многозначных чисел—б час. повторение терминологии действия, решение примеров и задач на деление (4); зависимость между делимым, делателем и частным (2).

Решение примеров и задач на все действия—4 часа.

Контрольная работа н последующий анализ её результатов—2 часа.

Система метрических мер и действия над метрическими мерами—22 часа: таблицы мер, раздробление и превращение именованных чисел (2); сложение составных именованных чисел (3); вычитание составных именованных чисел (4);

умножение составных именованных чисел (5); контрольная работа и последующий анализ её результатов (2).

Повторение различных типов задач, пройденных в III классе (задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление, на нахождение двух чисел по сумме и разности, по сумме н кратному отношению, по разности двух величин, задачи на движение, на нахождение части числа),—11 час. Решение задач способом отношений и способом исключения неизвестного —6 час.

Контрольная четвертная работа и последующий анализ её результатов—2 часа: проверяется решение задач (1) и решение примеров (1).

Содержание работы по арифметике во **2-й четверти** складывается из изучения геометрического материала, который распадается на две части: а) вычисление площадей и б) вычисление объёмов.

Вычислению площадей предшествует ознакомление учащихся с фигурами—квадратом н прямоугольником. измерению объёмов предшествует ознакомление учащихся с двумя геометрическими телами—кубом н прямоугольным параллелепипедом. В работе над этими разделами большое место должны занимать практические упражнения в непосредственном измерении отрезков, длины н ширины прямоугольников, длины, ширины и высоты предметов, имеющих форму куба и прямоугольного параллелепипеда, вычисление

объёмов указанных предметов, упражнения в развинти глазомера.

В этой четверти дети обучаются решению задач на движение двух тел в одном направлении. План изучения вышеуказанного материала таков:

Деление составных именованных чисел—6 час.

Решение задач на все действия с составными именованными числами—3 часа.

Квадратные меры и вычисление площадей—14 час, из них: знакомство с прямоугольником—свойствами его сторон и углов, черчение прямоугольников с закланными сторонами (2); знакомство с квадратом—свойствами его сторон и углов, сравнение прямоугольника и квадрата (1): понятие о площади, знакомство с единицами измерения площади: квадратный сантиметр, квадратики дециметр, квадратный метр (1); измерение площади путём наложения и путём разбивки площади на квадраты; вывод правила вычисления площадей (2); измерение. и вычисление площади класса, коридора, световой площади окон, площади стола, площади прямоугольных фигур, вырезанных из картона или фанеры (1); выход на открытую местность для измерения площади школьного двора, пришкольного участка; знакомство с мерами земельных площадей—аром **и** гектаром (1); площадь квадрата; таблица квадратных мер (1); решение задач на вычисление площади (3); контрольная работа и последующий анализ её результатов (2).

Кубические меры и вычисление объёмов—14 час): знакомство с кубом и прямоугольным параллелепипедом (2); понятие об объёме;

конкретное знакомство с единицами измерения объёмов—кубический сантиметр, кубический дециметр и кубический метр (1): измерение объёма (коробки, ящика) путём заполнения его кубическими дециметрами; понятия—«кубик», «брус», «слой»; составление из кубиков бруска, из брусков слоя, из слоёв параллелепипеда; вывод правила вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда (2); упражнения в намерении и вычислений объёмов моделей, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, объёма класса, коридора и т. д. (2); объём куба; таблица кубических мер (2); решение задач на вычисление объёма (3); контрольная работа и последующий анализ её результатов (2).

Решение усложнённых задач тех типов, которые решались в III классе,—7 час.

Решение задач на движение двух тел в одном направлении.—3 часа.

Контрольная работа с разбором её результатов —2 часа.

Основным содержавшем работы **в 3-й четверти** является научение действий с мерами времени и изучение простейших дробей.

Из типовых задач в этой четверти решаются задачи: на вычисление времени, на нахождение числа по данной его части (одной), задачи на сложное тройное правило, на вычисление среднего арифметического.

Кроме того, здесь же даётся учешемся понятие о проценте и решаются задачи на нахождение нескольких процентов от числа, выраженного в круглых сотнях.

Весь этот материал может быть изучен в следующем плане;

Действия над составными именованными числами с мерами времени—23 часа; из них—таблица мер времени (1), раздробление именованных чисел (2), превращение (2), сложение именованных чисел (3), вычитание (3), умножение (3), деление (5), задачи на все действия (2), контрольная работа (2).

Решение задач на вычисление времени—6 час.: определение продолжительности события по данному началу н концу (2), определение конца события по началу н продолжительности (2), определение начала события по концу и продолжительности (2).

Решение задач на сложное тройное правило—4 часа.

Решение задач на вычисление среднего арифметического—4 часа.

Контрольная работа с последующим анализом —2 часа.

Изучение простейших дробей—20 час.: знакомство с ½ (1), с ¼ и ⅛ (1), знакомство с ⅕ и **1/10** (1), числитель н знаменатель дробен, чтение н запись дробей (2), смешанное число н его обращение в неправильную дробь, исключение целого из неправильной дроби (3), сложение и вычитание дробей с одноимённым н кратными долями, решение задач (5), задачи на нахождение числа по данной его одной части (3), повторение решения задач на нахождение части от числа (2), контрольная работа (2),

Знакомство с процентами—6 час.: знакомство с 1/100 (1), понятие о проценте на конкретных

примерах (1), ращение задач на вычисление одного н нескольких процентов от данного числа (4).

Повторение пройденного за четверть—2 часа.

Четвертная контрольная работа—2 часа.

В 4-й четверти в качестве нового материала изучается изменение результатов действий в связи с изменением данных. Кроме того, в этой четверти повторяется всё пройденное по арифметике в связи с подготовкой учащихся к экзаменам.

Изучение материала проводится по следующему плану.

Изучение изменения результатов арифметических действий в связи с изменением данных—16 час.: изменение суммы в зависимости от измененная слагаемых (3), изменение разности (4), изменение произведения (3), изменение частного (4), контрольная работа (2).

Повторение пройденного—28 час.

Конкретное решение вопроса о том, сколько времени (уроков) отвести на повторение того или иного раздела, той или иной темы, зависит от состояния знаний учащихся в данном классе, от того, что было в данном классе пройдено в течение года более основательно, а что—менее основательно.

Примерно указанное количество уроков может быть распределено так:

Нумерация и действия е отвлечёнными числами—7 час.: нумерация многозначных чисел (1); сложение н вычитание — устное и письменное (1); умножение—устное и письменное (1); деление; порядок действий и скобки (1); решение

составных арифметических задач (2); контрольная работа (1).

Таблицы мер и действия с составными именованными числами—6 час.: таблицы мер—длины, веса, времени; раздробление и превращение именованных чисел с метрическими мерами и мерами времени (1); четыре арифметических действия с составными именованными числами—с метрическими мерами и мерами времени (2); решение арифметических задач с составными именованными челами: решение задач на вычисление времени (2); контрольная работа (1).

Дроби—2 часа.

Геометрический материал—3 часа.

Решение типовых задач—8 час, (распределяются на протяжении всей четверти равномерно).

Годовая контрольная работа: а) проверка вычислительных навыков—1 час; 6) проверка умения решать задачи— 1 час.

НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ ПО АРИФМЕТИКЕ

При изучении арифметики необходимо широкое применение **наглядности и конкретности** в обучении.

Проследим, каким образом, например, ученик приходит к выводу, что 5 + 3 = 8.

Сначала он в этом убеждается на конкретных предметах, которые пересчитываются, передвигаются, осязаются, находятся перед глазами. Ученик эту операцию производит неоднократно, пересчитывая и прибавляя: к 5 палочкам 3 палочки, к 5 камешкам 3 камешка, к 6 пальцам 3 пальца, к 5 домикам присоединяя 3 домика и т. д.

Затем он эту же операцию производит на предметах уже мысленно, по представлению. Решает задачи, например, такого рода: «Ваня нашёл под одним кустиком 5 грибов, под другим 3 гриба. Сколько всего грибов нашёл Ваня?» «С одной грядки Маня сорвала 5 морковок, а с другой 3 морковки. Сколько всего морковок сорвала Маня?» и т. д.

Результаты, полученные в итоге подсчёта и складывания конкретных величин по представлению, тут же проверяются на каких-нибудь предметах, заменяющих грибы, морковки, или зарисовываются на доске или в тетради. В итоге такой систематической предварительной работы ученик, постепенно освобождаясь от материальной основы (палочек, грибов, камешков), выделяет то, что было общим для всех этих явлений, и приходит к выводу, что 5

чего бы то ни было да 3 того же самого будет 8, или 5 + 3 = 8.

Если не будет предварительной стадии, в которой главную роль играет участие органов чувств, непосредственный опыт, дети не смогут сознательно и прочно усвоить результаты разобранной выше операции, которая сводилась в данном случае к нахождению суммы двух чисел.

Простое заучивание результата, не основанное на опыте, противоречило бы процессу познавательной деятельности ученика, делало бы работу неинтересной; вместо развития оно притупляло бы способности ученика и вело бы в лучшем случае только к развитию механической памяти.

Наглядные пособия полезны при ознакомлении детей со всяким новым понятием, со всякой новой вычислительной операцией. Когда ученик накопит опыт, осмыслит его, можно отказаться от вспомогательных средств и перейти к выводам, обобщениям, отвлечённым понятиям, к выполнению вычислений, расчётов без применения наглядных пособий.

Особенно важное значение имеют наглядные пособия на первых годах обучения. Учитель, проявляя инициативу, небольшую изобретательность, может оживить изучение любого раздела программы интересным и полезным дидактическим материалом, который к тому же поможет активизировать работу учащихся. Большую часть нужных пособий дети смогут сделать сами по указаниям учителя.

Следует обратить внимание на изготовление пособий не только для показа их учителем, но и

таких, которые должны быть на руках у каждого учащегося (так называемый дидактический материал).

Так, при изучении измерения объёмов недостаточно иметь кубики только учителю, но крайне важно, чтобы они были и у детей, чтобы каждый учащийся имел возможность на основе своего собственного опыта прийти к выводу о том, как следует измерять объём тел.

Недостаточно иметь готовый метр в классе, а важно, чтобы его сделал каждый учащийся.

Кроме наглядных пособий, необходимо иметь в классе материал, подытоживающий работу класса по тому или иному разделу программы, например: по табличному умножению, производству действий над многозначными числами, именованными числами и т. д.

Эти итоговые материалы в виде плакатов следует периодически вывешивать в классе, сменяя их в процессе работы.

Все пособия должны быть больших размеров, чтобы они ясно были видны всем без исключения учащимся.

Особо следует остановиться на классной доске, В работе школы хорошая классная доска достаточных размеров, хороший мел и чистая тряпка имеют очень большое значение.

Чёткая и ясная запись, возможность сохранить на доске решение задачи в целом имеют крайне важное значение для успешности работы. Поэтому необходимо обеспечить школу хорошей, достаточной по своим размерам классной доской и хорошим мелом.

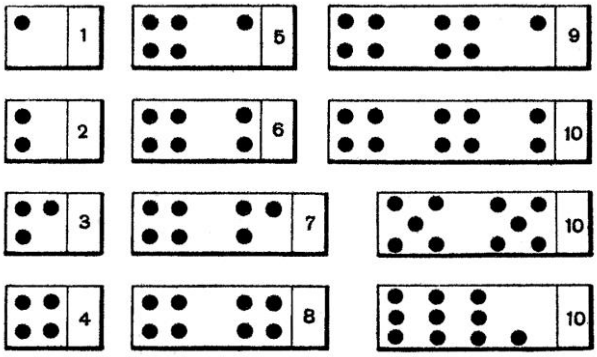
Умелое использование наглядных пособий и дидактического материала оживляет работу, поднимает активность и интерес учащихся. Однако следует отметить, что наглядные пособия в конечном итоге являются лишь средством, необходимой ступенью для развития отвлечённого мышления, поэтому в использовании их нужно соблюдать известную меру.

Ниже даётся краткое описание наглядных пособий и дидактического материала для первых четырёх начальных классов.

I КЛАСС

К моменту поступления в школу многие дети уже умеют считать до 20, до 100, а иногда и более. Но это не значит, что дети производят этот счёт сознательно. Чаще всего они считают механически, что же касается арифметических действий, то в подавляющем большинстве случаев они ими совершенно не владеют. А иногда наблюдаются случаи, когда дети и после ряда упражнений не могут сознательно и верно указать результат того или иного действия в пределе 10 или 20 независимо от того, даётся ли им отвлечённый числовой пример (5+4; 10—8; 8+3), или какая-нибудь жизненная задача в пределах тех же чисел. Особенно большое значение для дальнейших успехов имеют продуманные, неторопливые занятия с детьми в первые дни пребывания их в школе, в частности полное. овладение первым десятком. Что это значит? Это значит, что учащийся с понятием о

каждом числе (1, 2,3... и т. д.) должен связывать определённое представление о той или иной совокупности предметов, отчётливо представлять себе место каждого числа в натуральном ряде, состав любого числа в пределе первого десятка. И то и другое обеспечивает безошибочное нахождение результата сложения и вычитания в этом пределе, а это обеспечивает в дальнейшем успех при переходе ко второму десятку и т. д.



Наряду с перечитыванием предметов окружающей обстановки (парты, окна, карандаши, тетради, дома, деревья и т. д.) дети пересчитывают имеющиеся у них палочки, кубики, бруски и пр. Некоторым завершающим моментом в образовании представления о числе могут служить и числовые фигуры.

Они могут быть разнообразной формы.

На первом уроке учащиеся из множества предметов выделяют «1». Эта числовая фигура конкретизируется изображением на доске или в тетрадях домика, лошади, дерева и т. д. Затем как завершение показывается карточка с одним

кружком и около него цифра 1: «Так мы будем записывать число 1. Так пишется 1». Дети зарисовывают кружок в тетради н пишут рядом цифру 1 (см. рис. на стр. 521).

Числовые фигуры на предметах. На числовых фигурах удобно упражнять детей в разложении чисел на слагаемые и в дополнении их до того или иного заданного числа.

В дополнение к числовым фигурам полезно давать изображения каких-нибудь предметов, близких и знакомых учащимся,

Рисунки различных предметов могут изготовляться сначала под руководством учителя на уроке, потом самостоятельно дома.

Рисунки овощей, птиц, домашних животных и пр. Наряду с использованием для счёта предметов из окружающей обстановки, а также специально собранных детьми (камешки, пуговицы, жолуди и пр.) большое оживление и конкретизацию внесут модели различных предметов, которые могут быть использованы главным образом при решении задач.

Эти модели должны быть красивыми и яркими, по раскраске приближаться к натуральным предметам. Хранить их очень удобно в конвертах. Они очень портативны, доставка их в Класс не связана ни с какими затруднениями.

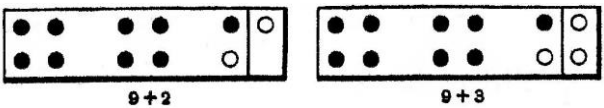
Палочки и пучки. Палочки и пучки являются одним из чрезвычайно ценных пособий при обучении учащихся счёту, особенно счёту в пределе 20 ив пределе 100. В пределе первого десятка они используются в одинаковой степени, как и другие наглядные пособия: камешки, кубики, жолуди и т. д.

При изучении же нумерации в пределе 20, а затем арифметических действий, в особенности сложения и вычитания, палочки и пучки являются незаменимым, основным пособием.

Связывая 10 палочек в пучок, ученик впервые получает представление о новой счётной единице —десятке, а связывая вместе 10 пучков по десятку, ученик получает представление о сотне. Наиболее развитые дети скоро перестают в них нуждаться, а менее подготовленные могут ими пользоваться, особенно при самостоятельных работах, пока не накопят достаточных представлений для перехода к отвлечённому счёту.

Изготовление этих пособий доступно каждому учащемуся.

Полезно дать детям размеры: «Сделайте палочки длиной в 10 см». Это для детей будет первое упражнение в измерении, в пользовании сантиметровой линейкой.



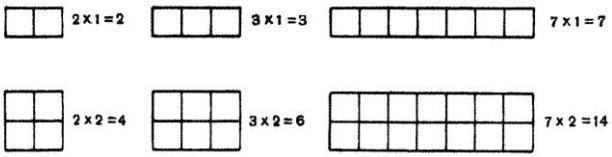
Числовые фигуры для табличного сложения в пределе 20. Одним из ценных пособий,

доступных каждой школе, являются числовые фигуры для изучения сложения и вычитания с переходом через десяток (9+2 = 11; 9+3 = 12).

Таблица умножения в квадратиках. Считая парами, тройками, четвёрками, пятками и т. д. палочки, камешки, жолуди, модели овощей, домашних животных, дети сначала изображают результаты подсчёта квадратиками, а потом уже цифрами.

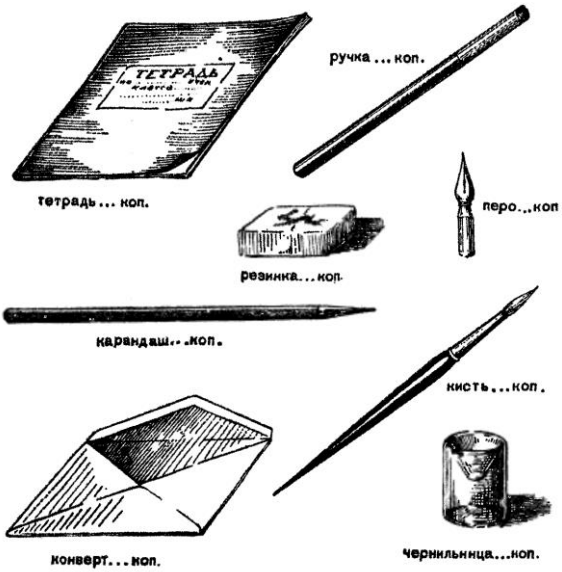
2 X 1 = 2 3 X 1 = 3 7 X 1 = 7
2 X 2 = 4 3 X 2 = 6 7 X 2 = 14.

Вычерчивание учащимися квадратиков вносит ясность и конкретность в изучаемый материал. Причём, когда дети изучают умножение по 2, они зарисовывают в тетрадях прямоугольные полоски по 2 квадратика, а учитель демонстрирует это на плакате перед всем классом.



Когда изучается умножение 3, учащиеся зарисовывают прямоугольники по 3 квадратика и т. д.

В результате изучения таблицы умножения постепенно накопится материал, относящийся ко всем случаям умножения в пределе 20.



В итоге можно все эти таблицы соединить в одном месте на отдельном листочке или на двух смежных страницах тетради.

Плакат для решения задач. В I классе особенно много времени тратится на усвоение условия задачи, запоминание его, запись. Большое облегчение в решении задач вносит использование плаката с изображением различных предметов, где указаны и их цены (см. стр. 523).

Арифметический ящик. Это пособие необходимо иметь в каждой школе. Оно представляет собой кубический ящик, заполненный кубиками. Число их— 1000.

Часть кубиков оставлена на брусках (10 кубиков) или целых дощечках (100 кубиков или 10 брусков).

Бруски и кубики используются учителем главным образом для демонстрации перед всем классом (арифметический ящик используется во всех начальных классах),

Метр деревянный. Сантиметровая лента. В каждой школе должен быть деревянный метр с делениями на дециметры и сантиметры, а также сантиметровая лента. Кроме того, каждый учащийся изготовляет метр из дерева, газетной бумаги, картона.

Следует упражнять детей в измерении длины, ширины и высоты класса, комнаты, в которой они живут.

Меры веса. В школе должны быть меры веса: покупные разновесы 5, 2, 1 и ½ *кг* и самодельные. Для этого дети собирают мелкую гальку (или крупный песок), промывают её и зашивают в заранее заготовленные мешки по весу: 1, ½ и ¼ *кг*. Следует добиться, чтобы учащиеся более или менее правильно различали вес предметов в ½, 1, 2 и 5 *кг*.

Меры ёмкости. Модели литра, ½ литра, ¼ литра должны быть покупными, необходимо также иметь литр в виде кубического дециметра и в виде кружки.

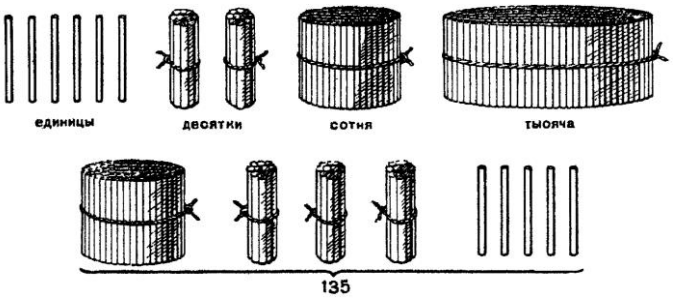
Модель часов. Большое практическое значение имеет умение определять время по часам. В школе должны быть стенные часы, кроме того, модель циферблата, написанная и арабскими и римскими цифрами. Циферблат должен быть снабжён стрелками. Сначала учитель объясняет показания часовой и минутной стрелок, ставит стрелки в различные положения, а учащиеся называют время.

Потом то же самое делают по очереди отдельные учащиеся, а остальные определяют время, или

ученик по заданиям учителя ставит стрелки на то или иное время.

II КЛАСС

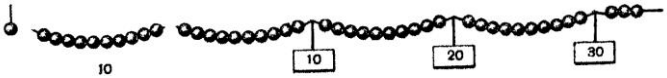
Палочки и пучки до 1000. Палочки и пучки являются очень ценным дидактическим материалом при Изучении нумерации в пределе 1000.



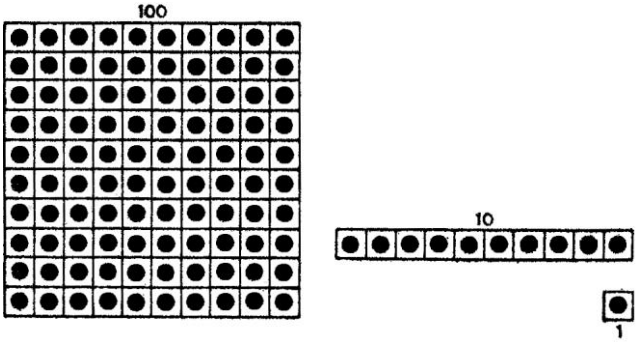
Перед классом иллюстрируется и сопоставляется: единица (1 палочка), 1 десяток (1 пучок из 10 палочек), одна сотня (1 пучок из десяти десятков), одна тысяча (1 пучок из десяти сотен).

Выясняется, сколько в тысяче сотен, сколько в тысяче десятков, сколько в тысяче единиц. После этого учащиеся переходят к составлению чисел в пределе одной тысячи, состоящих из нескольких сотен, десятков и единиц.

Бусы. Хорошим дополнением к палочкам при изучении нумерации в пределе 1000 служат бусы. Их можно купить в магазине, или дети могут их сделать сами из глины или пластилина.



Кружочки, нарисованные в квадратах для сопоставления 1, 10, 100 и 1000. Это пособие также является хорошим дополнением к палочкам, пучкам и бусам при изучении нумерации в пределе 1000.



Возможность сразу обозреть на плоскости и сопоставить 1, 10, 100 и 1000 внесёт ещё раз ясность в понимание этих количеств.

Ручной абак. Большим успехом у детей пользуется ручной абак. Каждый учащийся изготовляет его для себя и пользуется им при изучении нумерации в пределе 1000.

Весь класс получает задание изобразить число, например, 24.

Учащиеся передвигают ленточки и получают нужное обозначение.

Пустые разряды вызывают необходимость писать нуль при письменной нумерации. Делается абак из

цветного картона размером 20 *см* X 8 *см*; сверху на него наклеиваются 3 полоски белой бумаги с девятью отверстиями, причём эти полоски наклеиваются только краями, чтобы осталось пространство для свободного продвижения полосок белой жёсткой бумаги, открывающих по мере выдвижения нужное количество единиц любого разряда.

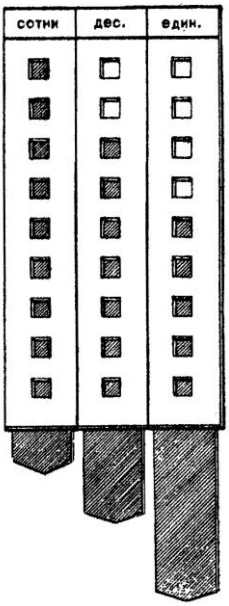
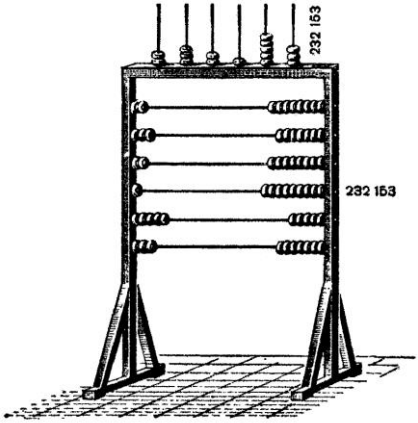


Таблица Пифагора. С большим интересом учащиеся пользуются таблицей умножения Пифагора. Полезно предложить учащимся записать написанную её в тетради столбиком. так же, как и обычную таблицу, написанную столбиком.

Таблицу Пифагора можно использовать и для устного счёта.

Классные счёты. Классные счёты известны детям по работе с ними в I и II классах. Но в первых классах счёты могут быть с успехом заменены другим каким-либо пособием. Число до тысячи можно конкретизировать перечитыванием определённого количества предметов: палочек, бус, кубиков и пр. Числа до тысячи можно непосредственно видеть, осязать. При переходе же к следующим, высшим разрядам пересчёт предметов становится уже весьма затруднительным. Поэтому в III и IV классах, где учащиеся переходят к изучению больших чисел, необходимо применять в качестве наглядного пособия счёты, на которых можно показать поместное значение цифр.



Особенно полезны при ознакомлении с нумерацией такие счёты, которые, кроме горизонтальных—проволок, имеют ряд вертикальных, укреплённых на верхней поперечной планке рамы.

При помощи этих проволок можно давать наглядное изображение десятичной группировки чисел в таком же порядке, как пишут десятичные группы, т. е. на правом крайнем месте—единицы, затем—десятки и т. д.

Дети должны быть приучены к пользованию счётами, поэтому, кроме классных счётов, необходимо иметь для упражнений обыкновенные торговые счёты; желательно, чтобы счёты были у каждого ученика.

При изучении нумерации широко применяется **нумерационная таблица**. В верхнем ряду таблицы даётся название классов, во втором ряду—порядок разрядов, ещё ниже отмечается, что каждый класс состоит из сотен, десятков и единиц.

Перед тем, как перейти к чтению и записи многозначных чисел, учащиеся должны поупражняться в чтении чисел по нумерационной таблице.

При изучении мер также используются соответствующие **таблицы:**

Меры длины	Меры веса	Меры времени
10 *мм* = 1 *см*	1 000 *г* = 1 *кг*	60 сек. = 1 мин.
10 *см* = 1 *дм*	100 *кг* = 1 *ц*	60 мин. = 1 часу
10 *дм* = 1 *м*	1 000 *кг* = 1 *т*	24 часа = 1 сут.
1 000 *м* = 1 *км*	10 *ц* = 1 *т*	Месяц = 30 или 31 дням (кроме февраля)
		Год = 365 или 366 дням

Такие таблицы помогают приведению в систему изученных мер и закреплению их. Учитель, при участии всего класса, составляет на доске соответствующую таблицу, дети записывают её в классных тетрадях. Кроме того, учитель вывешивает в классе таблицу мер в виде красивого чёткого плаката.

Плакат может быть выполнен учителем или кем-либо из детей.

IV КЛАСС

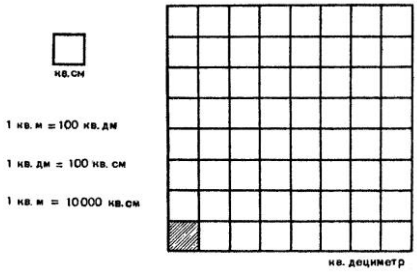
Виды углов. Учащиеся IV класса должны получить представление о прямом, остром и тупом углах.

Учащиеся на уроках пользуются палочками для составления различных углов, сдвигая и раздвигая их; вычерчивают различные углы в своих тетрадях и на доске; вырезывают модели углов из бумаги и картона. В результате материал нужно оформить.

Углы зарисовываются в определённом порядке, под ними делаются соответствующие надписи (учителем на доске, учащимися в тетрадях).

Необходимо упражнять учащихся в рисовании углов (на доске и в тетрадях) в разных положениях. В результате материал может быть обобщён в виде плаката.

Квадратные меры. Для конкретизации представлений о квадратных мерах (кв. метр, кв. дециметр и кв. сантиметр) необходимо изобразить их на бумаге или картоне в натуральную величину и вывесить в классе.



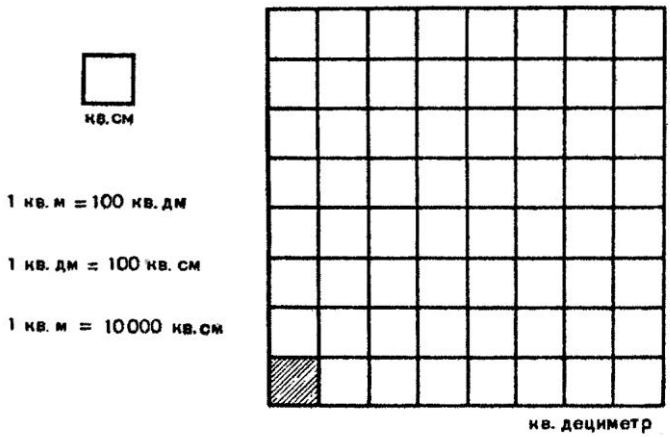
Набор квадратов и прямоугольников. В целях предоставления детям возможности измерять и находить площади прямо- угольных фигур, необходимо иметь в классе набор прямоугольников и квадратов различных размеров. Желательно иметь их от четырёх до восьми серий, причём они должны быть под номерами, и каждому номеру должен соответствовать один определённый размер. Например:

Прямоугольник № 1 имеет размеры: 6 *см* и 4 *см*.

№ 2 » » 7 *см* и 3 *см* и т. д.

Квадрат № 1 имеет сторону длиной 4 *см*

№ 2 » » » 3 *см* и т. д.



Это облегчает проверку работ учащихся, так как учителю достаточно спросить номер прямоугольника или квадрата, чтобы знать, верно ли ученик нашёл результат.

Квадратный дециметр должен быть разбит на квадратные сантиметры.

Квадратный метр необходимо разбить на квадратные дециметры, причём один из них должен быть разбит на квадратные сантиметры.

Выполнение этого пособия вполне посильно для самих детей. При этом следует только предупредить их о том, что необходимо особенно тщательно брать размеры, а также правильно обозначать прямые углы.

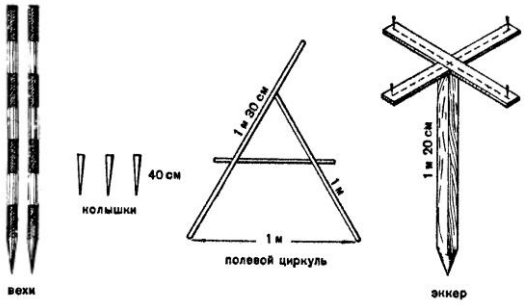
При работе учащиеся пользуются прямоугольным треугольником, измерительной линейкой или сантиметровой линейкой.

Ар и гектар необходимо отмерить где-нибудь на ровном месте поблизости от школы, а в классе следует начертить их в масштабе 1 *см* = 1 *м*.

Размеры как прямоугольника, так и квадрата должны быть выражены в целых сантиметрах.

Каждый ученик имеет линейку с делениями на сантиметры, сделанную из дерева или из клетчатой миллиметровой бумаги.

В классе учащиеся самостоятельно измеряют длину и ширину данных им фигур и производят вычисление площади.



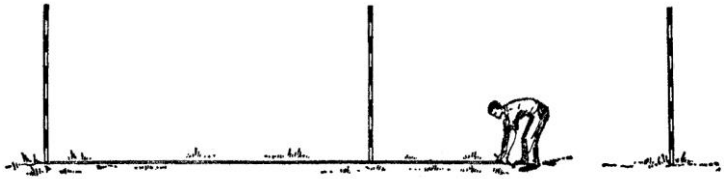
Землемерные инструменты: колышки, вехи, мерная верёвка, полевой циркуль, эккер. Сначала учащиеся производят измерение на земле обыкновенным метром или мерной верёвкой. В практике часто мерная верёвка заменяется полевым циркулем в 1 или 8 м.

Определение длины своего шага

Эккер употребляется учащимися осенью или весной при измерительных работах на земле. Сначала дети отмечают на земле ар без эккера на глаз, убеждаются, что получается иногда довольно большая ошибка. После такого примитивного отмеривания ара пробуют отмерить его посредством эккера, который даёт возможность правильно построить прямые углы. Кроме отмеривания ара, дети должны уметь отмерить на земле гектар, прямоугольник или квадрат заданных размеров.

Образцы кубических мер. Учащиеся IV класса изучают кубические меры и измерения объёмов. Для того чтобы добиться чёткого представления о кубических единицах, дети должны их видеть перед собой, держать в руках. Образцы кубических мер могут быть сделаны из дерева, картона. Затруднения возникают при изготовлении кубического метра. Его можно сколотить из брусков, затем обшить картоном или фанерой.

Набор кубов и брусков. Кроме образцов деревянных кубических метров, необходимо сделать кубический дециметр из картона и кубический сантиметр из глины или пластилина.



Измерение мерной верёвкой

Измерение мерной верёвкой

Для того чтобы дать учащимся возможность поупражняться в измерении поверхности и объёмов тел, необходимо иметь в школе набор кубов и прямоугольных параллелепипедов различных размеров, Лучше всего иметь несколько стандартных размеров за отдельными номерами. Например, параллелепипеды № 1 имеют размеры: 8, 6 и 4 *см*; № 2, 5, 3 и 4 *см* и т. д.

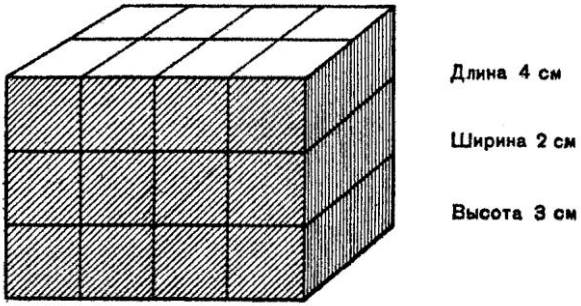
Также необходимо иметь и кубики с ребром в 3, 4 или 5 *см*.

Ученик получает на руки параллелепипед (или куб). Сантиметровой: линейкой или лентой он измеряет длину, ширину и высоту его и находит поверхность и объём.

Ученику надо только назвать номер своего параллелепипеда для того, чтобы учитель сразу определил, верно ли он произвёл вычисление. Измерения тел должны быть выражены в целых сантиметрах.

Кубический дециметр, сделанный из дерева и составленный из кубических сантиметров. Это

пособие необходимо приобрести в готовом виде (дециметровый арифметический ящик).



Полезно оно при изучении соотношения между отдельными кубическими единицами, и, кроме того, кубики с успехом могут быть использованы для составления из них брусков, а также для непосредственного измерения (путём укладывания) объёма различных коробочек, пеналов и т. д.

Всё это конкретизирует идею измерения объёмов и делает работу в этом направлении более сознательной.

Плакат «Измерение объёма параллелепипеда». Плакат делают учащиеся в итоге сознательного усвоения ими измерения объёма. Следует обратить внимание на запись при вычислении объёма. Необходимо, чтобы она соответствовала тем рассуждениям, которые проводят дети, вычисляя объём.

Длина 4 *см*; ширина 2 *см*; высота 3 *см*.
4 куб. *см* X 2 = 8 куб. *см*
8 куб. *см* X 3 = 24 куб. *см*
4 куб. *см*. X 2 X 3 = 24 куб. *см* (*см*. стр. 529).

Положим, ученик измеряет объём комнаты. Для этого он измеряет длину, ширину и высоту её и, получив, например. 8, 5 и 4 *м*, рассуждает так:

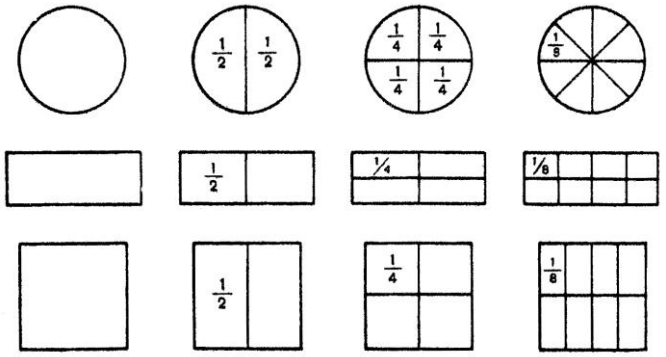
«В один ряд вдоль стены уложится 8 куб. *м*. Таких. рядов будет на полу 5. В один слой или этаж таким образом уложится 8 куб. *м* X 5 = — 40 куб. *м*. Слоёв таких будет 4. Следовательно, всего получится 40 куб. *м* X 4 = 160 куб. *м*».

Таблица кубических мер.

1 куб. *м* = 1000 куб. *дм*
1 куб. *м* = 1000000 куб. *см*
1 куб. *дм* == 1000 куб, *см*.

Таблица кубических мер составляется после того, как учащиеся выведут соотношение между кубическими единицами.

Круг, прямоугольник, квадрат, разделённые на 2, 4, 8 частей. Для ознакомления учащихся с долями: ½, ¼ и 1/8—следует использовать круг, прямоугольник, квадрат, которые учащимися сгибаются пополам, а затем ещё пополам и ещё пополам.



Квадрат, разделённый на 100 частей. Пособие это необходимо при изучении процентов. Каждый квадратик составляет одну сотую большого квадрата, или 1% от него.

Целая полоска будет обозначать 1/10 большого квадрата, или 10%. Имеющиеся к этому квадрату полоски картона дают возможность иллюстрировать пятые и десятые доли, а также конкретизировать данное число процентов.

Изготовляется это пособие детьми под руководством учителя.